Quelques problèmes démonstration géométrique.

On considère un cercle de centre O et de diamètre [AB]
P est un point du cercle (distinct de A et de B).
A' est le symétrique de A par rapport à P.
Démontrer que BA = BA'

AMN et BMN sont deux triangles isocèles, respectivement en A et en B.
Soit R l'intersection de (AN) et (BM).
Soit S l'intersection de (AB) et (MN).
On appelle T le symétrique de R par rapport à S.
Démontrer que les droites (AN) et (MT) sont parallèles.

ABCD est un parallélogramme.
M est le milieu de [AB].
Les droites (BD) et (MC) se coupent en I.
La droite (AI) coupe (BC) en J.
Démontrer que J est le milieu de [BC].

Soit un trapèze ABCD tel que (AB) // (CD)
On appelle R, S, T et V les milieux respectifs de [AD], [BD], [AC] et [BC].
Démontrer que les points R S T et V sont alignés.

Soit un cercle de centre O et de diamètre [AB], et C un point de ce cercle.
On appelle M le milieu de [OB], N le milieu de [OC], R le milieu de [AC].
Les droites (AC) et (MN) se coupent en T.
Démontrer que T est le milieu de [CR].

ABC est un triangle équilatéral.
Le cercle de diamètre [AB] coupe [AC] en D et [BC] en E.
Démontrer que AD = DE.

Démonstrations géométriques corrigées.

On considère un cercle de centre O et de diamètre [AB]
P est un point du cercle (distinct de A et de B).
A' est le symétrique de A par rapport à P.
Démontrer que BA = BA'

A' est le symétrique de A par rapport à P, donc P est le milieu de [AA'].
P est sur le cercle de diamètre [AB] donc le triangle ABP est rectangle en P, il en résulte que (BP) est perpendiculaire à (AP), que l'on peut aussi nommer (AA').
La droite (BP) passe par le milieu de [AA'] et lui est perpendiculaire, c'est donc la médiatrice de [AA'].
B est sur la médiatrice de [AA'] donc BA = BA'.

AMN et BMN sont deux triangles isocèles, respectivement en A et en B.
Soit R l'intersection de (AN) et (BM).
Soit S l'intersection de (AB) et (MN).
On appelle T le symétrique de R par rapport à S.
Démontrer que les droites (AN) et (MT) sont parallèles.

AMN est isocèle en A, donc A est sur la médiatrice de [MN]. De même, B est sur la médiatrice de [MN], il en résulte que (AB) est la médiatrice de [MN].
(AB) est la médiatrice de [MN] donc elle coupe [MN] en son milieu qui est alors le point S.
T est le symétrique de R par rapport à S donc S est le milieu de [RT].
Les diagonales [MN] et [RT] du quadrilatère MRNT ont le même milieu S, donc MRNT est un parallélogramme.
MRNT est un parallélogramme donc ses côtés opposés sont parallèles, il en résulte que (RN) // (MT), or les points A, R et N sont alignés, donc (AN) // (MT).

ABCD est un parallélogramme.
M est le milieu de [AB].
Les droites (BD) et (MC) se coupent en I.
La droite (AI) coupe (BC) en J.
Démontrer que J est le milieu de [BC].

Considérons le point O, intersection des diagonales de ABCD.
ABCD est un parallélogramme, donc O est le milieu de [AC].
[BI] et [CM] sont deux médianes du triangle ABC, leur intersection I est donc le centre de gravité de ABC.
La droite (AI) passe par le sommet A du triangle ABC et par son centre de gravité, c'est donc la médiane issue de A, par conséquent elle coupe le côté [BC] en son milieu qui est alors le point J.

Soit un trapèze ABCD tel que (AB) // (CD)
On appelle R, S, T et V les milieux respectifs de [AD], [BD], [AC] et [BC].
Démontrer que les points R S T et V sont alignés.

Dans le triangle ADC, R est le milieu de [AD] et T celui de [AC] donc (RT) // (DC).
Dans le triangle ABD, R est le milieu de [AD] et S celui de [BD] donc (RS) // (AB).
(RT) // (DC) et (DC) // (AB) donc (RT) // (AB).
(RT) // (AB) et (AB) // (RS) donc (RT) // (RS).

Les droites (RT) et (RS) sont parallèles et ont le point R en commun donc elles sont confondues, ce qui revient à dire que R appartient à la droite (ST).
On démontre de la même façon, en utilisant les triangles ABC et BCD, que V est sur la droite (ST).
R et V sont sur la droite (ST), les points R, S, T et V sont donc alignés.

> Soit un cercle de centre O et de diamètre [AB], et C un point de ce cercle.
> On appelle M le milieu de [OB], N le milieu de [OC], R le milieu de [AC].
> Les droites (AC) et (MN) se coupent en T.
> Démontrer que T est le milieu de [CR].

C est sur le cercle de diamètre [AB] donc le triangle ABC est rectangle en C, et (BC) ⊥ (AC)
A et C sont des points du cercle et O est le centre donc le triangle OAC est isocèle en O, par conséquent sa médiane [OR] est aussi hauteur. Il en résulte que (OR) ⊥ (AC).
(BC) ⊥ (AC) et (OR) ⊥ (AC) donc (BC) // (OR).
Dans le triangle BOC, M et N sont les milieux respectifs de [OB] et [OC] donc (MN) // (BC).
(MN) // (BC) et (BC) // (OR) donc (MN) // (OR).
Dans le triangle ROC, la droite (MN) est parallèle au côté [RO] et passe par le milieu du côté [OC], donc elle passe par le milieu du côté [RC] qui est alors le point T.

> ABC est un triangle équilatéral.
> Le cercle de diamètre [AB] coupe [AC] en D et [BC] en E.
> Démontrer que AD = DE.

D est sur le cercle de diamètre [AB] donc le triangle ABD est rectangle en D. Il en résulte que [BD] est la hauteur issue de B du triangle ABC, or ABC est équilatéral donc [BD] est aussi une médiane et D est alors le milieu de [AC].
On démontre de même que E est le milieu de [BC].
dans le triangle ABC, D est le milieu de [AC] et E est le milieu de [BC] donc DE = AB/2.
D est le milieu de [AC] donc AD = AC/2.
BC est équilatéral, donc AB = AC, il en résulte que AB/2 = AC/2.
DE = AB/2 et AB/2 = AC/2 et AC/2 = AD, donc DE = AD.