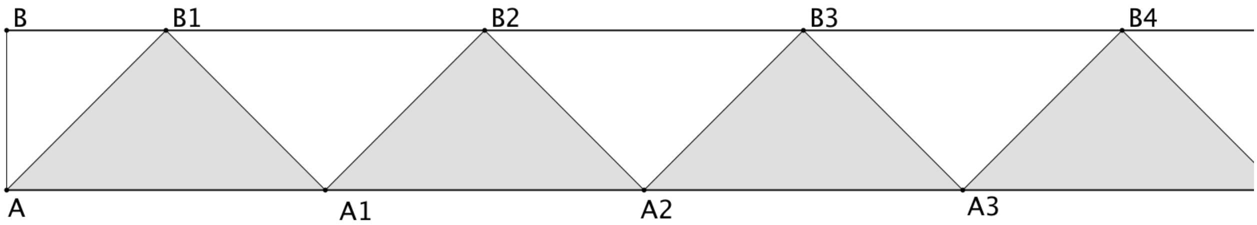
ÉSPÉ des Pays de la Loire, site de Nantes
Master 1 MEEF premier degré

épreuve du 6 janvier 2015 :
évaluation de l'UE 12-EC2 : *maîtriser les mathématiques et comprendre leur enseignement*
et entraînement à l'épreuve du concours de recrutement

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé pour cette épreuve.
Chaque partie doit être rédigée sur une copie séparée.

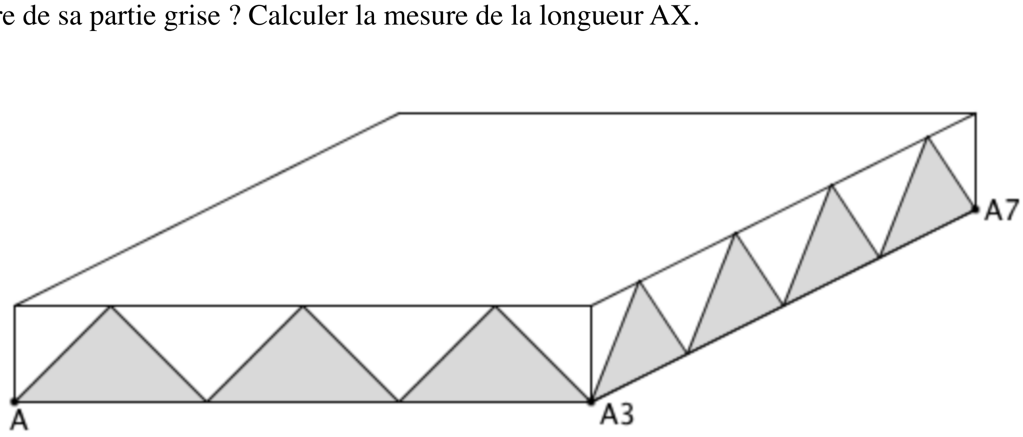
Première partie : problème (14 points)

Un ruban est constitué de triangles rectangles isocèles, alternativement blancs et gris comme l'indique le schéma ci-dessous. Ces triangles sont tous superposables à l'exception de ABB_1.
Les droites (AA_1) et (BB_1) sont parallèles, et sont perpendiculaires à la droite (AB).
La largeur AB du ruban mesure 4 cm.



1. Montrer que AA_1 = 8 cm, en déduire la mesure de l'aire du triangle AB_1A_1

2. On place un point X sur la demi-droite $[AA_1)$ et un point Y sur la demi-droite $[BB_1)$ de telle façon que ABYX soit un rectangle.
   a. Calculer l'aire de la partie blanche du rectangle ABYX quand AX = 20 cm.
   b. Donner sans justification un critère sur la longueur AX pour que l'aire de la partie grise du rectangle ABYX et l'aire de sa partie blanche soient égales
   c. Calculer la longueur AX pour que l'aire de la partie grise du rectangle ABYX mesure 34 cm^2
   d. Après avoir tracé le rectangle ABYX, on constate que l'aire de sa partie blanche est égale au triple de l'aire de sa partie grise ? Calculer la mesure de la longueur AX.



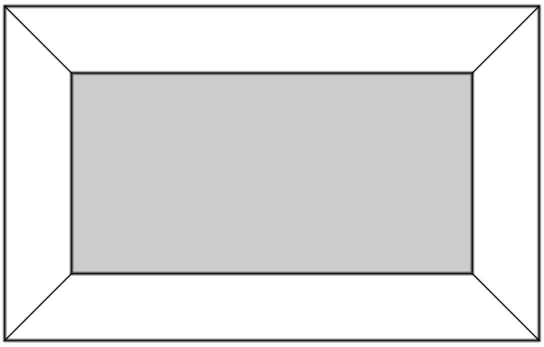
3. On colle ce ruban sur la tranche d'une planche ayant la forme d'un pavé droit de 4 cm d'épaisseur comme l'indique le schéma précédent. Les points A , A_3 , A_7 , A_{10} et A_{14} du ruban coïncident avec des sommets du pavé.

Calculer le volume de la planche.

4. On fait la même chose avec d'autres pavés droits d'épaisseur 4 cm. Comme pour l'exemple précédent, le point A et quatre autres points A_i du ruban coïncident avec des sommets des pavés.
   a. Est-il possible que la longueur de ruban nécessaire soit égale à 168 cm ? Justifier.

   b. Les faces non recouvertes du pavé ont une longueur égale à 3/2 de leur largeur. La longueur du ruban utilisé est inférieure à 2 m. Quelles sont les dimensions du pavé ? S'il y a plusieurs solutions, on les donnera toutes.

On utilise maintenant un ruban de 4 cm de large et de couleur unie pour encadrer un rectangle comme l'indique le schéma suivant :



6. La largeur du rectangle gris à encadrer mesure 20 cm, sa longueur mesure 30 cm.
   Calculer la mesure de l'aire du ruban utilisé pour l'encadrer ?

7. Un autre rectangle a une largeur de 12 cm et une longueur inconnue. En l'encadrant de la même façon, on constate que l'aire du ruban utilisé est égale à l'aire du rectangle encadré. Calculer la longueur du rectangle encadré.

Deuxième partie : quatre exercices indépendants (13 points)

Exercice 1

1. Un cycliste roule à vitesse constante. Il parcourt 1 kilomètre en 2 minutes 40 secondes.

Calculez sa vitesse en km/h.

2. Un autre cycliste roule également à vitesse constante. Il parcourt 1 kilomètre en 3 minutes 20 secondes.

Les deux cyclistes sont éloignés de 13,5 km l'un de l'autre. Ils s'élancent au même instant et se dirigent l'un vers l'autre. Combien de temps leur faut-il pour se rejoindre ?

Exercice 2

Le volume d'une sphère est donné par la formule $V = \dfrac{4}{3} \times \pi \times R^3$ où R désigne le rayon de la sphère.

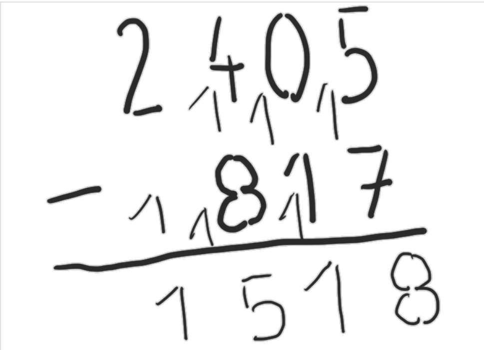
On utilisera dans cette exercice 3,15 comme valeur approchée de π.

1. Calculer, en utilisant cette approximation de π, le volume d'une sphère de 8 cm de diamètre.
2. Un mètre cube d'acier a une masse de 8 000 kg. Une boule de pétanque faite de cet acier a un diamètre de 8 cm et une masse de 800 g. Cette boule est-elle pleine ou creuse ?

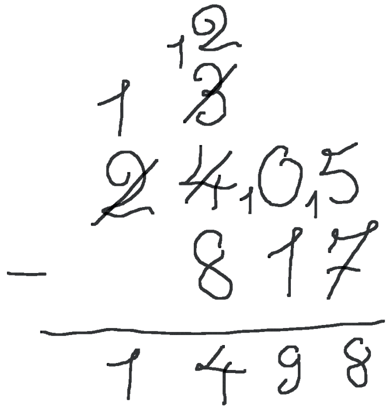
Exercice 3
Déterminer le plus grand diviseur commun aux trois nombres suivants : 900 ; 1250 ; 480.

Exercice 4
Deux élèves de CE2 ont posé la soustraction 2405 - 817.

Élève A



Élève B



a. Expliquer brièvement sur quel principe repose la technique de retenue utilisée par chacun des deux élèves.

b. Analyser les erreurs éventuelles de chaque élève.

Troisième partie : la division euclidienne (13 points)

1. Décrire trois procédures permettant d'effectuer la division de 115 par 5 en calcul réfléchi, (ce qui signifie qu'on ne pose pas l'opération, mais n'exclut pas d'utiliser l'écrit).

2. Le problème suivant est proposé en CE1 :

Les enfants d'une classe de CE1 veulent montrer 115 doigts en montrant des mains (les 5 doigts de chaque main sont montrés). Combien doivent-ils montrer de mains ?

Proposer un problème dont la solution est également le quotient euclidien de 115 par 5 et qui s'appuie sur une autre signification de la division que le problème encadré.

3. On propose à des élèves de CE2 n'ayant pas encore appris la technique de la division posée le problème suivant :

> Paul a fait une grande ligne en mettant bout à bout des baguettes de bois.
> Chaque baguette mesure 26 cm. La longueur de la ligne de Paul est de 11 m 70 cm.
> Combien de baguettes Paul a-t-il utilisées ?

a. Décrire deux procédures correctes que les élèves peuvent utiliser pour résoudre ce problème.

b. Quel conseil pourrait-on donner à l'élève auteur de la production ci-dessous pour qu'il puisse résoudre correctement le problème en s'appuyant sur les calculs qu'il a effectués ?

> 100 c'est 4 x 25
> 11 m c'est 11 x 100 cm
> 11 m c'est 44 baguettes de 25
> mais les baguettes sont plus grandes
> (un peu) alors 44 baguettes de 26
> c'est se qui faut.

4. Pour poser la division euclidienne de 10900 par 27, un enseignant de CM1 propose à ses élèves d'effectuer d'abord, mentalement ou en calcul écrit en ligne, les opérations suivantes :

27 x 10 = 270
27 x 100 = 2 700
27 x 1 000 = 27 000

a. Quelle information ces calculs fournissent-ils aux élèves sur le quotient de 10900 par 27.

b. Effectuer la division euclidienne de 10900 par 27 puis indiquer une erreur que le travail préalable demandé par l'enseignant permet d'éviter.