

Université de Nantes

ESPE de l'Académie de Nantes

Année universitaire 2014 / 2015

Entraînement à l'épreuve écrite de mathématiques du CRPE

Semestre 2

<p>Les calculatrices et instruments de géométrie sont autorisés. Les téléphones portables sont interdits. Les réponses doivent être rédigées avec précision et concision. Sauf mention contraire, les réponses et les résultats doivent être justifiés.</p>

Le sujet comporte trois parties :
on demande d'utiliser une copie différente pour chacune des trois parties.

Merci de vérifier que vous disposez bien de 10 pages imprimées, numérotées de 1 à 10.

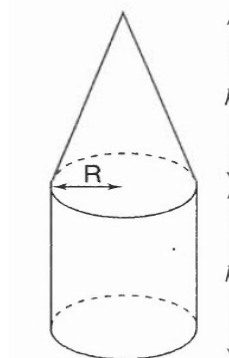
Le sujet contient deux documents annexes : l'annexe n°1 se rapporte à la troisième partie et l'annexe n°2, à rendre avec la copie, se rapporte à la première partie : problème.

PROBLEME (14 points)

Partie A : Le moulin pour faire de la farine

Un moulin à vent est constitué d'un cylindre surmonté d'un cône de révolution, comme le montre la figure ci-contre.

Le cylindre et le cône ont la même hauteur h et une base commune de rayon R .



1.

a. Montrer que le volume V du moulin est égal à $\frac{4\pi R^2 h}{3}$

b. On donne les valeurs $R = 3$ m et $h = 6$ m.

Calculer la valeur arrondie à 1 m³ près du volume V du moulin.

Les ailes du moulin sont les parties grisées, découpées dans une plaque carrée représentée sur la figure suivante.

ABCD est un carré de centre O et de 12 mètres de côté. Les triangles OMN , OPQ , ORS et OUT sont superposables et isocèles en O .

On pose $MN = x$. H est le milieu de $[MN]$.

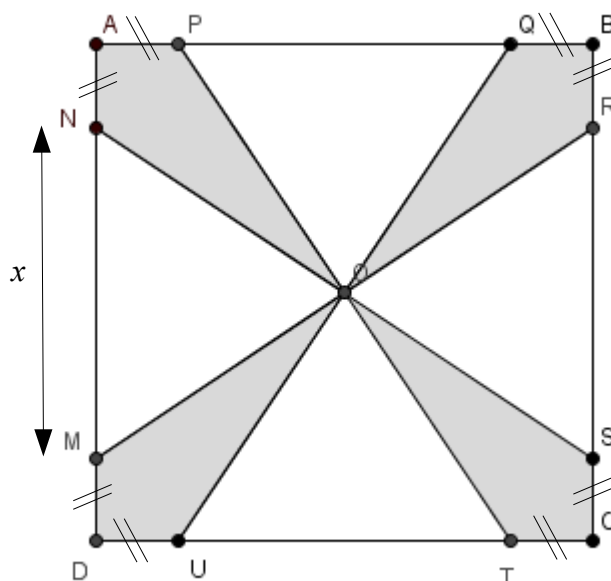
2.

a. Exprimer, en fonction de x , l'aire du triangle OMN . En déduire que l'aire totale des 4 ailes du moulin est égale à $144 - 12x$.

b. Construire, pour les valeurs de x comprises entre 0 et 12, la représentation graphique de la fonction f qui exprime l'aire totale des 4 ailes du moulin en fonction de x .

c. Déterminer graphiquement une valeur approchée de x lorsque l'aire des ailes du moulin est égale à 20 m².

d. Calculer la valeur exacte de x lorsque l'aire des ailes du moulin est égale à 36 m².



3. Dans la suite du problème, on utilisera la valeur $x = 9$.

a. Calculer la longueur OM et montrer que le périmètre des ailes est égal à 72 m.

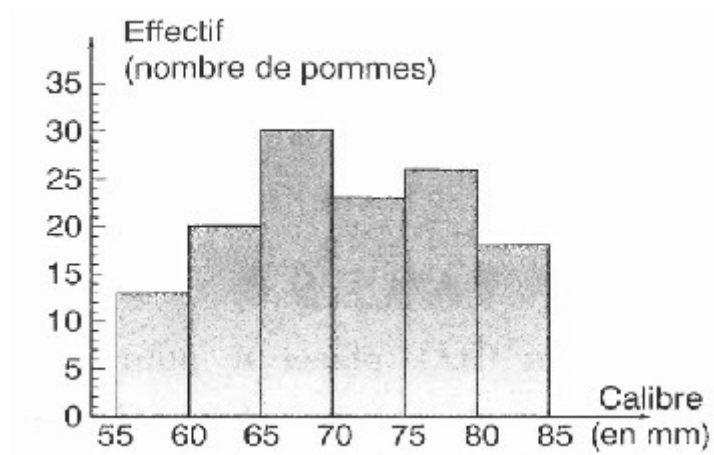
b. Déterminer la mesure arrondie à 1° près de l'angle \widehat{HOM} . En déduire une valeur approchée de la mesure de l'angle \widehat{MOU} .

c. Calculer la valeur arrondie au centimètre près de la longueur MU .

d. On place, sur l'aile $OMDU$, une baguette de renfort $[JK]$ parallèle à $[MU]$, avec J le point du segment $[OM]$ situé à 3 mètres de O et K sur $[OU]$. Calculer la valeur arrondie au centimètre près de la longueur de la baguette de renfort $[JK]$.

Partie B : La production de pommes

Pour être vendues, les pommes doivent être calibrées : elles sont réparties en caisses suivant leur diamètre. Dans un lot de pommes, un producteur a évalué le nombre de pommes pour chacun des 6 calibres rencontrés dans ce lot. Il a construit l'histogramme suivant :



1. Compléter le tableau (fourni en annexe n°2, à rendre avec la copie) des effectifs et des effectifs cumulés croissants.

2.

a. Combien de pommes ont un calibre de moins de 70 mm ?

b. Combien de pommes ont un calibre d'au moins 75 mm ?

c. Calculer, par rapport à l'effectif total, le pourcentage de pommes dont le calibre d est tel que $70 \leq d < 80$. On donnera la valeur approchée à 0,1 % près par excès.

3. Dans quelle classe se trouve le calibre médian ?

DEUXIEME PARTIE (13 points) : 3 exercices indépendants

Exercice 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées, une seule est exacte.

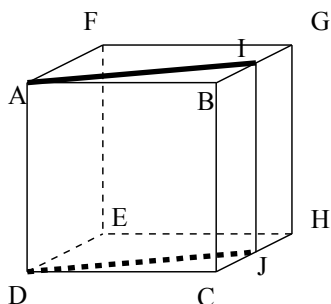
Pour chaque question, indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier la réponse exacte. Aucune justification n'est demandée.

Pour chaque question :

- la bonne réponse rapporte 0,75 point
- une réponse fautive enlève 0,25 point
- l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'enlève aucun point.

Si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à 0.

1	On lance deux pièces de monnaie équilibrées, on peut obtenir 0, 1 ou 2 fois pile. La probabilité d'obtenir 2 fois pile est :	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
2	Le PGCD de 364 et 156 est :	26	78	52
3	Sur un site internet, le nombre de visiteurs est passé de 32, la première semaine, à 60 la semaine suivante. Quel a été le pourcentage d'augmentation du nombre des visites en une semaine ?	46,7 %	28 %	87,5 %
4	Une personne parcourt 4,2 km en 8 min. Quelle distance aurait-elle parcourue en une heure si elle gardait la même vitesse ?	31,5 km	42,8 km	33,6 km
5	Le prix d'un article subit une augmentation puis une réduction pour revenir à sa valeur initiale. L'augmentation est de 20 %. La réduction est de...	20 % exactement	17 % à 1 % près	23 % à 1 % près
6	Soit un cube ABCDEFGH d'arête 6 cm. I est le milieu de [BG] et J le milieu de [CH]. Quelle est la nature de AIJD ?	Un losange	Un carré	Un rectangle



Exercice 2

Dans un sac, on dispose de quatre jetons numérotés de 1 à 4.

1. On tire un premier jeton, on note son numéro, on replace ce jeton dans le sac, puis on tire une deuxième fois un jeton dont on note également le numéro. On effectue la somme des deux numéros obtenus.

- Établir la liste de tous les résultats possibles.
- Calculer la probabilité d'obtenir chacun de ces résultats.
- Calculer la probabilité d'obtenir un résultat qui a exactement deux diviseurs.

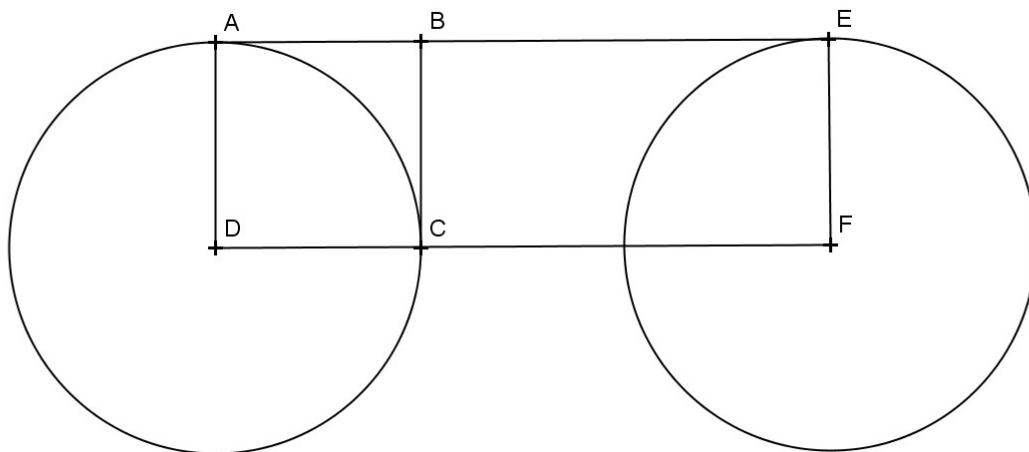
2. Toujours du même sac, on tire, cette fois, un premier jeton, puis un deuxième jeton, sans remettre le premier. Ensuite on additionne les deux numéros obtenus.

- Établir la liste de tous les résultats possibles.
- Calculer la probabilité d'obtenir chacun de ces résultats.
- Calculer la probabilité d'obtenir un résultat qui a au moins trois diviseurs.

Exercice 3

Un professeur souhaite faire reproduire la figure suivante à ses élèves de cycle 3.

La consigne est la suivante : « **Reproduis à l'identique la figure suivante sur papier blanc** » :



- Citer trois types de difficultés que peuvent rencontrer les élèves pour reproduire cette figure.
- Dans une autre classe, un professeur propose de faire construire cette figure aux élèves à partir d'un programme de construction. Rédiger ce programme de construction.

TROISIEME PARTIE (13 points) : les calculs de durées

L'annexe n°1 fournit des extraits des Instructions Officielles de 2008, susceptibles d'éclairer l'argumentation de différents points évoqués dans les questions suivantes.

Partie A

1. Expliciter deux significations différentes que peut avoir l'expression « 9 heures ».

2. Un enseignant donne le problème suivant dans une classe de CM1 :

Je suis parti à 7h40 et je suis arrivé à 11h 35.

Quelle a été la durée de mon trajet ?

Décrire deux procédures d'élèves correctes pour résoudre ce problème.

3. Les élèves cherchent le problème individuellement.

Voici les productions d'Anaïs et de Hector :

calcul d'Anaïs :

$$\begin{array}{r} 11\text{ h }35 \\ - 7\text{ h }40 \\ \hline 3\text{ h }95 \end{array}$$

calcul de Hector :

$$\begin{array}{l} 11 - 7 = 4 \\ 40 - 35 = 5 \quad 4\text{ h }5 \end{array}$$

a. Analyser les erreurs de chacun de ces deux élèves.

b. Que peut-on proposer à chacun de ces élèves pour leur permettre de corriger leurs erreurs ?

4. L'enseignant veut construire des exercices pour entraîner les élèves à calculer un instant.

Il a déjà donné le problème suivant :

Karim est allé écouter un concert de musique classique.

Le concert a duré 2 heures et s'est terminé à 21h30.

A quelle heure le concert a-t-il commencé ?

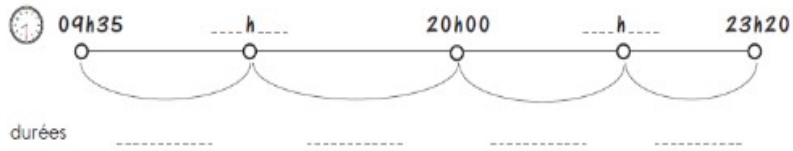
Identifier trois variables didactiques sur lesquelles il est possible de jouer pour rédiger des exercices d'entraînement sur cette capacité.

5. Proposer trois automatismes (équivalences, procédures..) à travailler pour rendre les élèves plus performants dans les calculs de durées.

Partie B

Sur internet, ce même enseignant a trouvé l'exercice d'évaluation suivant :

Complète ce schéma, calcule la durée totale puis écris une phrase réponse



Calcul du nombre total de minutes :

Durée totale =

.....

Faire une critique argumentée de la pertinence de cet exercice pour évaluer la compétence « calculer des durées ».

ANNEXE n°1 : Extraits des Instructions Officielles de 2008

CYCLE DES APPROFONDISSEMENTS - PROGRAMME DU CE2, DU CM1 ET DU CM2 - MATHÉMATIQUES

La pratique des mathématiques développe le goût de la recherche et du raisonnement, l'imagination et les capacités d'abstraction, la rigueur et la précision.

Du CE2 au CM2, dans les quatre domaines du programme, l'élève enrichit ses connaissances, acquiert de nouveaux outils, et continue d'apprendre à résoudre des problèmes. Il renforce ses compétences en calcul mental. Il acquiert de nouveaux automatismes. L'acquisition des mécanismes en mathématiques est toujours associée à une intelligence de leur signification.

La maîtrise des principaux éléments mathématiques aide à agir dans la vie quotidienne et prépare la poursuite d'études au collège.

(...)

1 - Nombres et calcul

L'étude organisée des nombres est poursuivie jusqu'au milliard, mais des nombres plus grands peuvent être rencontrés.

Les nombres entiers naturels :

- principes de la numération décimale de position : valeur des chiffres en fonction de leur position dans l'écriture des nombres ;

- désignation orale et écriture en chiffres et en lettres ;

- comparaison et rangement de nombres, repérage sur une droite graduée, utilisation des signes

> et < ;

- relations arithmétiques entre les nombres d'usage courant : double, moitié, quadruple, quart, triple, tiers..., la notion de multiple.

Les nombres décimaux et les fractions :

- fractions simples et décimales : écriture, encadrement entre deux nombres entiers consécutifs, écriture comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, somme de deux fractions décimales ou de deux fractions de même dénominateur ;

- nombres décimaux : désignations orales et écritures chiffrées, valeur des chiffres en fonction de leur position, passage de l'écriture à virgule à une écriture fractionnaire et inversement, comparaison et rangement, repérage sur une droite graduée ; valeur approchée d'un décimal à l'unité près, au dixième près, au centième près.

Le calcul :

- mental : tables d'addition et de multiplication. L'entraînement quotidien au calcul mental portant sur les quatre opérations favorise une appropriation des nombres et de leurs propriétés.

- posé : la maîtrise d'une technique opératoire pour chacune des quatre opérations est indispensable.

- à la calculatrice : la calculatrice fait l'objet d'une utilisation raisonnée en fonction de la complexité des calculs auxquels sont confrontés les élèves.

La résolution de problèmes liés à la vie courante permet d'approfondir la connaissance des nombres étudiés, de renforcer la maîtrise du sens et de la pratique des opérations, de développer la rigueur et le goût du raisonnement.

(...)

3 - Grandeurs et mesures

Les longueurs, les masses, les volumes : mesure, estimation, unités légales du système métrique, calcul sur les grandeurs, conversions, périmètre d'un polygone, formule du périmètre du carré et du rectangle, de la longueur du cercle, du volume du pavé droit.

Les aires : comparaison de surfaces selon leurs aires, unités usuelles, conversions ; formule de l'aire d'un rectangle et d'un triangle.

Les angles : comparaison, utilisation d'un gabarit et de l'équerre ; angle droit, aigu, obtus.

Le repérage du temps : lecture de l'heure et du calendrier.

Les durées : unités de mesure des durées, calcul de la durée écoulée entre deux instants donnés.

La monnaie

La résolution de problèmes concrets contribue à consolider les connaissances et capacités relatives aux grandeurs et à leur mesure, et, à leur donner sens. À cette occasion des estimations de mesure peuvent être fournies puis validées.

4 - Organisation et gestion de données

Les capacités d'organisation et de gestion des données se développent par la résolution de problèmes de la vie courante ou tirés d'autres enseignements. Il s'agit d'apprendre progressivement à trier des données, à les classer, à lire ou à produire des tableaux, des graphiques et à les analyser.

La proportionnalité est abordée à partir des situations faisant intervenir les notions de pourcentage, d'échelle, de conversion, d'agrandissement ou de réduction de figures. Pour cela, plusieurs procédures (en particulier celle dite de la "règle de trois") sont utilisées.

DEUXIÈME PALIER POUR LA MAÎTRISE DU SOCLE COMMUN : COMPÉTENCES ATTENDUES À LA FIN DU CM2

Compétence 3 : A) Les principaux éléments de mathématiques

L'élève est capable de :

- écrire, nommer, comparer et utiliser les nombres entiers, les nombres décimaux (jusqu'au centième) et quelques fractions simples ;
- restituer les tables d'addition et de multiplication de 2 à 9 ;
- utiliser les techniques opératoires des quatre opérations sur les nombres entiers et décimaux (pour la division, le diviseur est un nombre entier) ;
- calculer mentalement en utilisant les quatre opérations ;
- estimer l'ordre de grandeur d'un résultat ;
- utiliser une calculatrice ;
- reconnaître, décrire et nommer les figures et solides usuels ;
- utiliser la règle, l'équerre et le compas pour vérifier la nature de figures planes usuelles et les construire avec soin et précision ;
- utiliser les unités de mesure usuelles ; utiliser des instruments de mesure ; effectuer des conversions ;
- résoudre des problèmes relevant des quatre opérations, de la proportionnalité, et faisant intervenir différents objets mathématiques : nombres, mesures, "règle de trois", figures géométriques, schémas ;
- savoir organiser des informations numériques ou géométriques, justifier et apprécier la vraisemblance d'un résultat ;
- lire, interpréter et construire quelques représentations simples : tableaux, graphiques. (...)

PROGRESSIONS POUR LE COURS ÉLÉMENTAIRE DEUXIÈME ANNÉE ET LE COURS MOYEN

Les tableaux suivants donnent des repères pour l'organisation de la progressivité des apprentissages par les équipes pédagogiques.

Seules des connaissances et compétences nouvelles sont mentionnées dans chaque colonne.

Pour chaque niveau, les connaissances et compétences acquises dans la classe antérieure sont à consolider.

La résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique. Elle est présente dans tous les domaines et s'exerce à tous les stades des apprentissages.

	Cours élémentaire deuxième année	Cours moyen première année	Cours moyen deuxième année
Grandeurs et mesure	<ul style="list-style-type: none"> - Connaître les unités de mesure suivantes et les relations qui les lient : <ul style="list-style-type: none"> . Longueur : le mètre, le kilomètre, le centimètre, le millimètre ; . Masse : le kilogramme, le gramme ; . Capacité : le litre, le centilitre ; . Monnaie : l'euro et le centime ; . Temps : l'heure, la minute, la seconde, le mois, l'année. - Utiliser des instruments pour mesurer des longueurs, des masses, des capacités, puis exprimer cette mesure par un nombre entier ou un encadrement par deux nombres entiers. - Vérifier qu'un angle est droit en utilisant l'équerre ou un gabarit. - Calculer le périmètre d'un polygone. - Lire l'heure sur une montre à aiguilles ou une horloge. <p>Problèmes</p> <ul style="list-style-type: none"> - Résoudre des problèmes dont la résolution implique les grandeurs ci-dessus. 	<ul style="list-style-type: none"> - Connaître et utiliser les unités usuelles de mesure des durées, ainsi que les unités du système métrique pour les longueurs, les masses et les contenances, et leurs relations. - Reporter des longueurs à l'aide du compas. - Formules du périmètre du carré et du rectangle. <p>Aires</p> <ul style="list-style-type: none"> - Mesurer ou estimer l'aire d'une surface grâce à un pavage effectif à l'aide d'une surface de référence ou grâce à l'utilisation d'un réseau quadrillé. - Classer et ranger des surfaces selon leur aire. <p>Angles</p> <ul style="list-style-type: none"> - Comparer les angles d'une figure en utilisant un gabarit. - Estimer et vérifier en utilisant l'équerre, qu'un angle est droit, aigu ou obtus. <p>Problèmes</p> <ul style="list-style-type: none"> - Résoudre des problèmes dont la résolution implique éventuellement des conversions. 	<ul style="list-style-type: none"> - Calculer une durée à partir de la donnée de l'instant initial et de l'instant final. - Formule de la longueur d'un cercle. - Formule du volume du pavé droit (initiation à l'utilisation d'unités métriques de volume). <p>Aires</p> <ul style="list-style-type: none"> - Calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle en utilisant la formule appropriée. - Connaître et utiliser les unités usuelles (cm², m² et km²). <p>Angles</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reproduire un angle donné en utilisant un gabarit. <p>Problèmes</p> <ul style="list-style-type: none"> - Résoudre des problèmes dont la résolution implique des conversions. - Résoudre des problèmes dont la résolution implique simultanément des unités différentes de mesure.
Organisation et gestion de données	<ul style="list-style-type: none"> - Savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution. - Utiliser un tableau ou un graphique en vue d'un traitement des données. 	<ul style="list-style-type: none"> - Construire un tableau ou un graphique. - Interpréter un tableau ou un graphique. - Lire les coordonnées d'un point. - Placer un point dont on connaît les coordonnées. (...) 	<ul style="list-style-type: none"> - Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité et notamment des problèmes relatifs aux pourcentages, aux échelles, aux vitesses moyennes ou aux conversions d'unité, en utilisant des procédures variées (...)

NOM Prénom :

Groupe :

ANNEXE n°2 – à rendre avec la copie

Tableau des effectifs et des effectifs cumulés croissants.

Calibre (en mm)	[55 ; 60[[; [[; [[; [[; [[;]
Effectif (nombre de pommes)						
Effectif cumulé croissant						