ESPE des Pays de la Loire, site de Nantes
Master 1 MEEF premier degré

épreuve du 15 décembre 2015

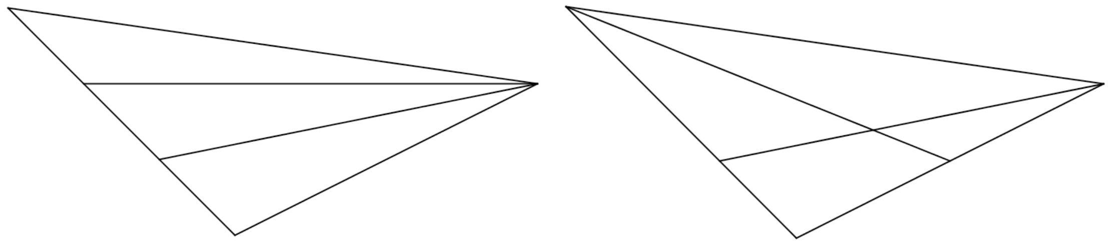
évaluation de l'UE 12-EC2 :
maîtriser les mathématiques et comprendre leur enseignement
et entraînement à l'épreuve du concours de recrutement

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé pour cette épreuve.

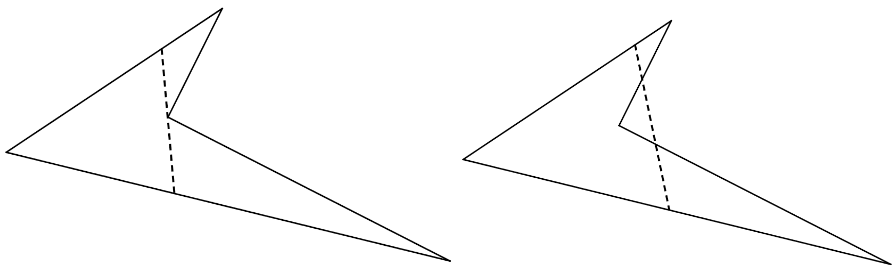
Première partie : problème (13 points)

A—Le nombre de morceaux (3 points)

a) En traçant un triangle puis deux segments on peut obtenir trois ou quatre morceaux comme le montrent les figures suivantes.



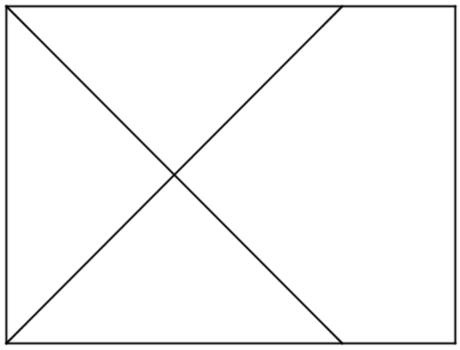
b) En choisissant un quadrilatère concave, on peut obtenir plus de deux morceaux comme le montrent les figures suivantes.



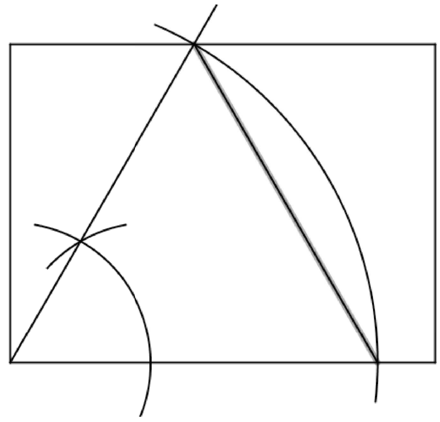
B—La nature des morceaux (6 points)

Le polygone est maintenant un rectangle de dimensions 8 cm et 6 cm.

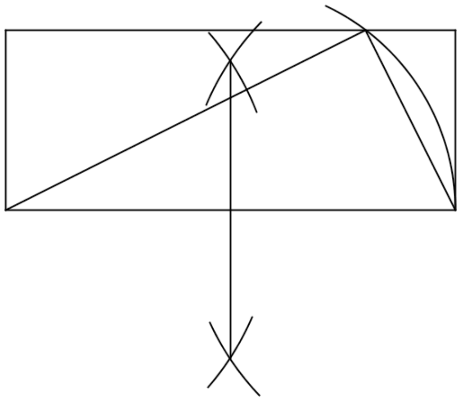
a)



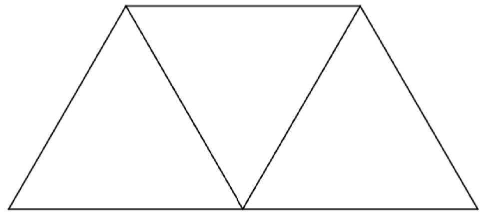
b)



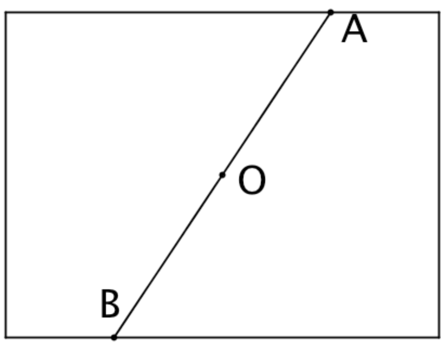
c)



d)

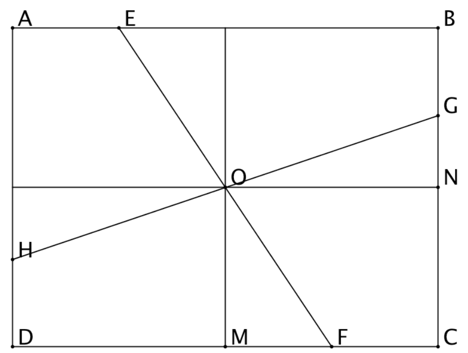


C —L'aire des morceaux (2,5 points)



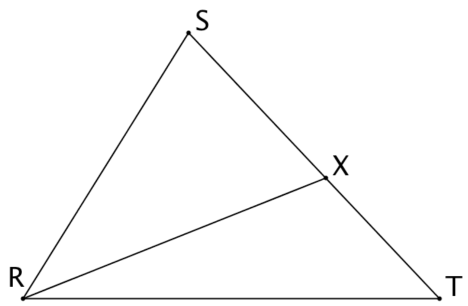
a) Nommons O le centre du rectangle, A et B les extrémités du segment.
Le symétrique de A par rapport à O est sur la droite (AB). Il est aussi sur le rectangle car le point O est le centre de symétrie du rectangle. Par conséquent, les points A et B sont symétriques par rapport à O. Il en résulte que les deux morceaux sont symétriques, ils ont donc des aires égales.

b)



Traçons les segments qui joignent les milieux des côtés opposés du rectangle.
Le rectangle est partagé par ces segments en 4 parties d'aires égales.
Pour obtenir le quadrilatère OGCF, on peut enlever au rectangle MCNO le triangle OMF et lui ajouter le triangle OGN.
Pour que OGCF ait la même aire que MCNO (le quart de l'aire de ABCD), il suffit donc que ces deux triangles aient la même aire.
L'aire de OMF mesure (3x2)/2 soit 3 cm^2.
L'aire de OGN est égale à (4 GN)/2 soit 2 GN. Elle mesure 3 cm^2 si et seulement si GN mesure 1,5 cm c'est à dire si BG mesure également 1,5 cm.

D —Le périmètre des morceaux (1,5 point + bonus de 0,5 point)

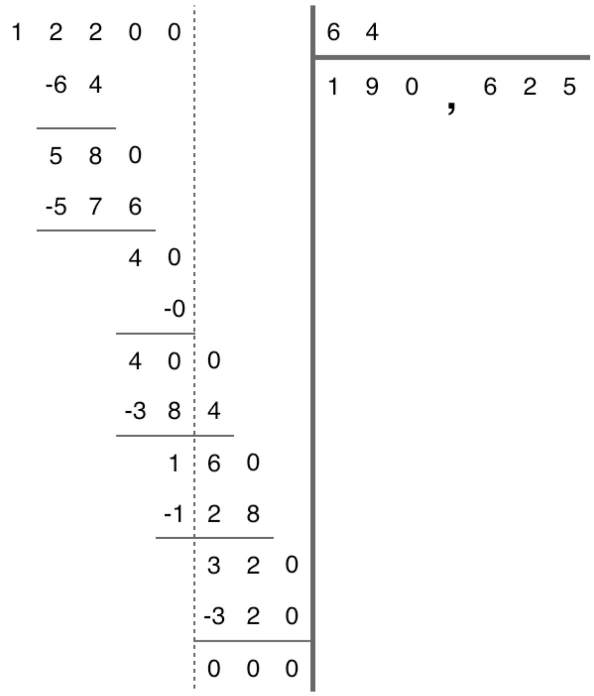


Les deux morceaux ont des périmètres égaux si et seulement si
RS + SX + XR = RT + XT + XR soit 6 + SX = 8 + XT ou encore SX = XT + 2.
Par ailleurs, on sait que SX + XT = 7.
en remplaçant dans cette égalité SX par XT + 2 on obtient XT + 2 + XT = 7 d'où XT = 2,5.

Les deux morceaux ont le même périmètre si X est placé sur [ST], à 2,5 cm de T.

Deuxième partie : exercices indépendants (13 points)

Exercice 1 (2 points)



Exercice 2 (4 points)

Des pièces de monnaie sont assemblées en rouleaux.
Le tableau suivant indique le nombre de pièces dans un rouleau pour chaque type de pièce (référence : Banque de France).

On dispose d'un certain nombre de rouleaux contenant au total 1920 pièces.

a) S'il y avait un rouleau de chaque type, le nombre total de pièces serait de 320.
Or 1920 = 6 x 320, il y a donc 6 rouleaux de chaque sorte.
Indiquons dans un tableau la valeur totale des pièces de chaque type de rouleau :

Valeur d'une pièce	Nombre de pièces dans le rouleau	Valeur totale du rouleau
0,01 €	50	0,50 €
0,02 €	50	1 €
0,05 €	50	2,50 €
0,10 €	40	4 €
0,20 €	40	8 €
0,50 €	40	20 €
1€	25	25 €
2€	25	50 €

La valeur totale si on dispose d'un rouleau de chaque sorte est donc de 111 €
En disposant de 6 rouleaux de chaque sorte, on a donc 666 €.

b) Un rouleau de chaque type, cela correspond à 320 pièces.
Il y a 1600 autres pièces. Pour que la somme soit la plus grande possible, il suffit que ces pièces soient toutes des pièces de 2 €, ce qui est possible puisque 1600 est un multiple de 25.
On a alors 65 rouleaux de pièces de 2 € et un rouleau de chaque autre type de pièces.
On dispose donc de 111 € + 3200 €, soit 3311 €.

Exercice 3 (2 points)

À l'échelle 1/25 000, 1 cm représente 25 000 cm soit 250 m.
2 cm représentent donc 500 m ou 0,5 km.
L'autre dimension du rectangle est donc de 0,7 km ou 700 m.
Comme 1 cm représente 250 m, 1 mm représente 25 m, 4 mm représentent 100 m et 28 mm représentent 700 m.
L'autre dimension du rectangle de la carte est de 28 mm.

Exercice 4 (2 points)

En posant la division euclidienne de 1000 par 17, on trouve que 1000 = 58 x 17 + 14.
Les nombres que Paul écrit valent donc successivement :
59 x 17 + 14 ; 60 x 17 + 14 ; 61 x 17 + 14 …
il s'agit de la suite des entiers ayant pour reste 14 dans la division euclidienne par 17.

En posant la division euclidienne de 3000 par 17, on trouve que 3000 = 176 x 17 + 8.
Ce nombre est compris entre 175 x 17 + 14, lequel est donc inférieur à 3000 et sera écrit par Paul, et 176 x 17 + 14 qui est supérieur à 3000 et ne sera donc pas écrit.
Le nombre cherché est donc 175 x 17 + 14 soit 2989.

Exercice 5 (3 points)

L'élève A semble avoir compris le sens de la division, qui permet de résoudre un problème de groupement. Il sait interprèter correctement le quotient comme nombre de rouleaux et le reste.

On ne peut constituer un rouleau de 10 pièces que si celles-ci sont identiques. Comme on ne connaît pas la nature des 105 pièces, il est impossible de répondre. Si c'est pour cette raison que B affirme qu'on ne peut pas savoir, cela traduit une capacité à ne pas se lancer dans des calculs inadaptés à la situation proposée.

La réponse de l'élève C montre des connaissances sur le système décimal : 105 c'est 10 dizaines et 5 unités, ce qui permet de répondre directement à la question sans poser d'opération.

Troisième partie (14 points)

Partie A : numération

Question 1

Un élève peut pointer les boites en récitant la comptine des dizaines : "dix, vingt, trente, quarante" puis terminer en comptant (surcomptant) une à une toutes les craies extérieures aux boites : 41, 42… jusqu'à cinquante-deux.

Un élève peut pointer les boites en récitant la comptine des dizaines : "dix, vingt, trente, quarante" - ou compter les paquets de 10, au nombre de 4, soit « quarante » - , puis compter toutes les craies extérieures aux boites : il y en a 12.
Il peut enfin écrire l'addition 40 + 12 (en ligne ou en colonne) et déterminer ainsi qu'il y a 52 craies.

Un élève peut remarquer qu'avec les 2 groupes de 5 craies on peut constituer une nouvelle dizaine. Il y a alors 5 dizaines de craies et 2 craies isolées, ce qui s'écrit 52.
C'est cette procédure qu'il faudrait privilégier.

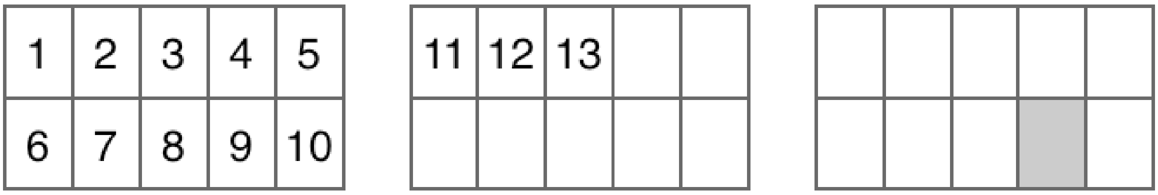
Question 2

L'exercice portant sur les tomates est moins pertinent que celui portant sur les craies pour les raisons suivantes :

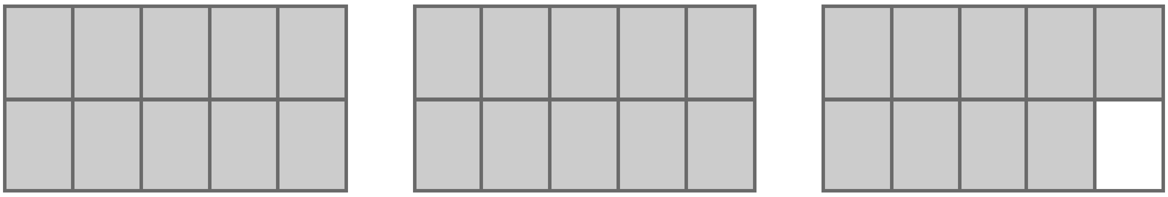
- Dans l'exercice portant sur les tomates, les élèves vont compter les dizaines pour répondre à l'injonction du manuel, cela ne garantit en rien qu'il prendront l'initiative de le faire quand ce ne sera pas explicitement demandé. alors que dans l'exercice sur les craies, l'utilisation des dizaines n'est pas imposée : l'enseignant pourra faire remarquer que cela permet une procédure particulièrement économique.
- Dans l'exercice sur les tomates, le dessin et le texte suggèrent que les dizaines sont placées à gauche, les unités à droite. Certains élèves peuvent éventuellement remplir la dernière ligne en recopiant les chiffres de la ligne précédente sans avoir compris la convention essentielle de l'écriture en système décimal d'un nombre entier : le chiffre des unités est toujours placé à droite.
- L'illustration de l'exercice sur les tomates rend plus probable le comptage de un en un de tous les objets (dans l'exercice portant sur les craies, le comptage des craies situées à l'intérieur des boites est possible mais malaisé).

Question 3

a) Pour avoir un exercice portant sur l'aspect ordinal, il faudrait indiquer dans quel ordre les tableaux sont remplis (par exemple remplir la première ligne puis la deuxième ligne). La consigne pourrait alors être : « si on continue à écrire tous les nombres dans les tableaux comme on a commencé, quel nombre sera écrit dans la case grise ? »



b) Pour que cet exercice ne soit pas ambigü et porte sur l'aspect cardinal du nombre on pourrait griser certaines cases comme ci-dessous et demander « Combien y a-t-il de cases grises ? »



Partie B : la mesure de longueur

1) L'ordre DACB permet de s'appuyer sur une situation concrète facile à comprendre et d'abstraire progressivement.
La règle D permet d'évoquer la situation concrète dans laquelle on aura placé des allumettes bout à bout pour estimer la longueur d'un objet ou d'un tracé : cette baguette est longue comme trois allumettes, ce trait est plus long que 4 allumettes mais moins long que 5 allumettes… la règle sur laquelle les allumettes sont dessinées facilite la manipulation.
La règle A permet le même genre de travail : on compte des bandes ou des segments identiques mis bout à bout, mais sans référence à l'objet allumette.
La règle C permet toujours le même genre de mesure, en comptant segments (intervalles entre deux graduations) mais l'unité de mesure est cette fois l'unité conventionnelle, le centimètre.
La règle B permet de ne pas compter systématiquement les intervalles : si une extrémité de l'objet à mesurer est en face du 3 et l'autre en face du 10, on peut compter 7 intervalles, mais on peut aussi retrouver ce résultat en pensant qu'à chaque fois qu'on ajoute 1 cela correspond à un intervalle d'un cm . Or 3 + 7 = 10, il y a donc 7 cm.
Cette règle permet de mieux comprendre pourquoi avec les règles usuelles on choisit de placer une extrémité de l'objet à mesurer en face du zéro : il n'y a plus aucun calcul à effectuer, l'autre extrémité indique la longueur.

2) Pour adapter le document à des élèves encore peu experts en lecture, on pourrait garder les illustrations et remplacer le texte par "Le trait rouge est long comme trois bandes grises".