

## Résoudre un problème par une équation...un exemple.

Deux véhicules, A et B, partent de points situés à 180 km l'un de l'autre et se dirigent l'un vers l'autre.

Le but du problème est de déterminer l'heure de la rencontre.

Le véhicule A part à 9 heures, sa vitesse est constante et égale à 60 km/h

Le véhicule B part à 9 h 30, sa vitesse est constante et égale à 75 km/h

La première chose à faire si on veut utiliser une équation pour résoudre le problème est de choisir l'inconnue.

En général, on choisie une inconnue qui répond à la question posée (ici l'heure au moment de la rencontre).

On peut cependant choisir une autre inconnue si on estime que c'est plus pratique. On peut par exemple prendre comme inconnue la durée du trajet du véhicule A jusqu'à la rencontre, ou encore la distance parcourue par le véhicule B au moment de la rencontre. Dans ce cas, quand l'équation sera résolue le problème ne sera pas terminé.

Dans tous les cas, il est indispensable de noter ce qui est choisi comme inconnue ainsi que l'unité utilisée afin de ne pas changer d'avis en cours de calcul.

Dans la suite de ce texte, on a choisi comme inconnue et décidé de **noter  $x$  la durée du trajet du véhicule B entre son départ et la rencontre, mesurée en heures.**

Il est probable que le choix de l'inconnue ne suffise pas à suggérer une équation qui traduise correctement le problème.

Un passage par le brouillon à partir d'un exemple numérique permet souvent de s'en tirer :

Supposons que la valeur de  $x$  soit 2, c'est à dire que le véhicule B roule 2 heures avant la rencontre. Que pourrait-on en déduire ?

Le véhicule B aurait parcouru  $2 \times 75$  km avant la rencontre.

Le véhicule A aurait roulé pendant  $2 + 0,5$  heures avant la rencontre (puisqu'il est parti une demi heure plus tôt).

Le véhicule A aurait parcouru  $(2 + 0,5) \times 60$  km avant la rencontre.

Le nombre 2, qui a été choisi au hasard, est-il la réponse exacte à notre question ? Comment le savoir ?

C'est cette question qui peut conduire à la mise en équation du problème.

Si la rencontre a lieu quand le véhicule B a roulé deux heures, alors, à ce moment précis, les deux véhicules ont parcouru à eux deux les 180 km qui les séparaient.

Or  $2 \times 75 + (2 + 0,5) \times 60$  n'est pas égal à 180, 2 heures n'est donc pas la durée cherchée.

En revanche, si on remplaçait 2 par la durée correcte, la somme des distances parcourues par chaque voiture serait exactement 180 km.

Comme on a pris la précaution dans les calculs à partir de 2 d'écrire toutes les opérations et non les résultats, il suffit de recopier ces calculs en remplaçant 2 par  $x$  pour obtenir l'équation qui traduit le problème.

$$75x + 60(x+0,5) = 180$$

Bien entendu, on n'écrit pas sur la copie toutes ces étapes, une présentation correcte peut se résumer à :

Soit  $x$  la durée (en heures) du trajet du véhicule B entre son départ et la rencontre.

$$75x + 60(x+0,5) = 180$$

$$75x + 60x + 30 = 180$$

Alors :

$$135x = 150$$

$$x = \frac{150}{135} = \frac{10}{9} = 1 + \frac{1}{9}$$

or  $1/9$  d'heure, c'est 400 secondes, c'est à dire 6 minutes et 40 secondes.  
Le véhicule B a donc roulé pendant une heures 6 minutes 40 secondes

La rencontre a donc lieu à 9 h 30 min + 1 h 6 min 40 s  
soit à 10 heures 36 minutes 40 secondes.

### **Confirmation par une solution arithmétique :**

A 9 h 30 le véhicule A a parcouru 30 km, la distance séparant les deux véhicules est donc de 150 km.

A partir de 9 h 30, les deux véhicules se rapprochent l'un de l'autre de 2,25 km à chaque minute (1 km pour celui qui roule à 60 km/h, 1,25 km pour l'autre).

Le nombre de minutes nécessaires pour qu'ils parcourent à eux deux les 150 km est donc

$$\frac{150}{2,25} = \frac{600}{9} = 66 + \frac{6}{9} = 66 + \frac{2}{3}$$

Or deux tiers de minute, c'est 40 secondes, les véhicules se rencontrent donc à soit à 10 heures 36 minutes 40 secondes.

**Travail suggéré :** reprendre la résolution de ce problème par équation en changeant d'inconnue. Prendre par exemple l'heure de la rencontre (en heures) ou la durée du trajet du véhicule A en minutes.