

## Les propriétés géométriques à connaître pour le CRPE.

### Droites :

- Si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.
- Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.
- Si deux droites sont parallèles, et si une troisième droite est perpendiculaire à l'une, alors elle est perpendiculaire à l'autre.
- Si deux droites sont parallèles et si elles ont un point commun, alors elles sont confondues (c'est à dire qu'il s'agit en réalité de la même droite).

### Médiatrice :

- La médiatrice d'un segment est la droite qui passe par le milieu de ce segment et qui lui est perpendiculaire.
- Si un point est sur la médiatrice d'un segment, alors il est équidistant des extrémités de ce segment.
- Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il est sur la médiatrice de ce segment.

### Bissectrice :

- La bissectrice d'un angle est la demi-droite qui partage cet angle en deux angles adjacents de même mesure.
- Si un point est sur la bissectrice d'un angle, alors il est équidistant des côtés de cet angle.
- Si un point situé à l'intérieur d'un angle est équidistant des côtés de l'angle, alors il est sur la bissectrice de cet angle.

**Quadrilatères particuliers**, seules les propriétés **caractéristiques** (c'est à dire les propriétés qui permettent de prouver que tel quadrilatère est un losange ou un rectangle) sont mentionnées.

Les propriétés du type « Dans un rectangle, les diagonales sont de même longueur », plus simples à retrouver, ont été omises.

### Parallélogramme :

- Si un quadrilatère a des côtés opposés parallèles deux à deux, alors c'est un parallélogramme.
- Si un quadrilatère a des diagonales qui ont le même milieu, alors c'est un parallélogramme.
- Si un quadrilatère non croisé a ses côtés opposés de même longueur deux à deux, alors c'est un parallélogramme.
- Si un quadrilatère non croisé a deux côtés opposés à la fois parallèle et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

### Rectangle :

- Si un quadrilatère a des diagonales de même longueur et qui ont le même milieu, alors c'est un rectangle.
- Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle.
- Si un quadrilatère a trois angles droits, alors c'est un rectangle.
- Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un rectangle.

### Losange :

- Si un quadrilatère a des diagonales perpendiculaires et qui ont le même milieu, alors c'est un losange.
- Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires, alors c'est un losange.
- Si un quadrilatère a quatre côtés égaux, alors c'est un losange.
- Si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange.

### Carré :

- Si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur et un angle droit, alors c'est un carré.
- Si un quadrilatère a des diagonales perpendiculaires, de même longueur et qui ont le même milieu, alors c'est un carré.

### Triangle :

- Dans un triangle, la longueur d'un côté est strictement inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.
- Si dans un triangle une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté, alors elle passe par le milieu du troisième côté.
- Si dans un triangle une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au troisième côté.
- Si dans un triangle un segment joint les milieux de deux côtés, alors sa longueur est la moitié de celle du troisième côté.
- Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes. Leur point commun est le centre du cercle circonscrit au triangle.
- *Les trois médianes d'un triangle sont concourantes. Leur point commun, appelé centre de gravité du triangle, est situé aux deux tiers de chaque médiane en partant du sommet.*
- *Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes. Leur point commun est appelé orthocentre du triangle.*
- Les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes, leur point commun est le centre du cercle inscrit dans le triangle (ce cercle est tangent à chacun des côtés du triangle).

### Triangle rectangle :

- Si un point M est sur le cercle de diamètre [AB], alors le triangle AMB est rectangle en M
- Si un triangle AMB est rectangle en M, alors M est sur le cercle de diamètre [AB].
- Si un triangle est rectangle, alors le carré de son hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit (Théorème de Pythagore).
- Si dans un triangle le carré d'un côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle (réciproque du théorème de Pythagore).

### Triangle isocèle, triangle équilatéral :

- Si un triangle ABC est isocèle en A, alors les angles de sommets B et C sont égaux.
- Si un triangle est équilatéral, alors il a trois angles égaux à  $60^\circ$
- Si un triangle a deux angles égaux, alors il est isocèle.
- Si un triangle a trois angles égaux, alors il est équilatéral.
- Si un triangle est isocèle en A, alors sa médiane issue de A, sa hauteur issue de A, la médiatrice du côté opposé à A et la bissectrice de l'angle de sommet A sont confondues.
- Si dans un triangle, la médiane issue du sommet A est aussi hauteur, alors ce triangle est isocèle en A.
- Si dans un triangle, la médiane issue du sommet A est aussi bissectrice, alors ce triangle est isocèle en A.
- Si dans un triangle, la hauteur issue du sommet A est aussi bissectrice, alors ce triangle est isocèle en A.

### Angle :

- La somme des angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$
  - Si deux angles sont opposés par le sommet, alors ils sont égaux.
  - Si deux angles alternes-internes sont formés à partir de droites parallèles, alors ils sont égaux.
  - Si deux droites forment avec une sécante commune des angles alternes-internes égaux, alors elles sont parallèles.
- les deux dernières propriétés restent vraies en remplaçant «alternes-internes» par «alternes-externes» ou «correspondants».

### Angles et cercle :

- Si deux angles inscrits interceptent le même arc, alors ils sont égaux.
- Si un angle au centre et un angle inscrit interceptent le même arc, alors l'angle au centre mesure le double de l'angle inscrit.

### Symétrie :

- Si deux droites sont symétriques par rapport à un point, alors elles sont parallèles.

### Théorème de Thalès :

- Dans un triangle ABC, si M est un point de (AB), N un point de (AC), et si (MN) est parallèle à (BC), alors on a  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

La propriété suivante est connue sous le nom de « réciproque du théorème de Thalès »

- Soient deux triangles ABC et AMN tels que :
  - A, B et M sont alignés, A, C et N sont alignés dans le même ordre,
  - Si de plus on sait que  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$alors on peut dire que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

### Sections de solides par un plan :

La section d'un cube par un plan parallèle à une face est un carré.

La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une face ou à une arête est un rectangle.

La section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à son axe est un rectangle.

La section d'un cylindre de révolution par un plan perpendiculaire à son axe est un cercle de même dimension que la base.

La section d'un cône ou d'une pyramide par un plan parallèle à la base est une réduction de la base.

La section d'une sphère par un plan est un cercle, le centre de ce cercle est l'intersection du plan et de la perpendiculaire menée du centre de la sphère à ce plan.