Quelques problèmes de division euclidienne.

Dans la division d'un nombre entier A par 57, le quotient est 8 et le reste est 13. Trouver A.

A l'aide de l'extrait suivant de la table de 27, trouvez sans poser la division le quotient et le reste de la division de 3500 par 27, puis de 28000 par 27,

1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
27	54	108	216	432	864	1728	3456	6912	13824	27648

Le nombre B a pour reste 6 dans la division par 9. Quel est son reste dans la division par 3 ?

Si on divise le nombre entier C par 15, le quotient est 12.
Si on divise le nombre entier C par 12, le quotient est 16.
Combien vaut C (s'il y a plusieurs valeurs possibles, on les donnera toutes).

Un nombre entier D a pour reste 5 dans la division euclidienne par 8
Quel est le reste de la division euclidienne de 2D par 8 ?

Je compte de 13 en 13 à partir de 5 :
5 18 31 44 57 …
Si je continue longtemps, dirai-je 500 ? et 1500 ?

Quel est le plus grand nombre inférieur à un million qui a pour reste 12 dans la division par 53 ?

Dans la division euclidienne d'un nombre entier non nul E par 12, le reste vaut le double du quotient. Combien vaut E ? S'il y a plusieurs valeurs possibles, on les donnera toutes.

Quand on divise le nombre entier F par 3, par 4 ou par 5, le reste est toujours 2.
Sachant que F est plus grand que 10, mais plus petit que 100, trouvez toutes les valeurs possibles de F.

Entraînement au calcul mental : déterminer mentalement le quotient et le reste de divisions telles que 230 : 25 564 : 70 2800 : 30 17300 : 75

Solutions des problèmes de division euclidienne.

- Le nombre A est égal à $57 \times 8 + 13$ soit 469 (On écrit en ligne la division euclidienne).

- Les nombres de la deuxième ligne sont égaux respectivement à 1×27, 2×27, 4×27…

$3500 = 3456 + 44 = 128 \times 27 + 27 + 17 = 129 \times 27 + 17$
Le quotient de la division de 3500 par 27 est 129, le reste est 17.

$$28000 = 27648 + 352 = 27648 + 216 + 136 = 27648 + 216 + 108 + 28$$
$$= 1024 \times 27 + 8 \times 27 + 4 \times 27 + 27 + 1 = 1037 \times 27 + 1$$
Le quotient de la division de 28000 par 27 est 1037, le reste est 1.

- Le nombre B s'écrit $9q + 6$, où q est un entier.

On a donc $B = 3 \times 3q + 3 \times 2 = 3(3q + 2)$ ce qui établit que le reste de la division de B par 3 est égal à zéro.

- La division de C par 15 se traduit par : $C = 15 \times 12 + r$, r étant un entier positif inférieur à 15. Les valeurs possibles pour C sont donc 180, 181, 182 …194.
  La division de C par 12 se traduit par : $C = 12 \times 16 + s$, s étant un entier positif inférieur à 12. Les valeurs possibles pour C sont donc 192, 193…203
  Les valeurs de C qui satisfont les deux conditions simultanément sont 192, 193 et 194.

- Le nombre D s'écrit $8q + 5$, où q est un entier.

On a donc $2D = 16q + 10 = 16q + 8 + 2 = 8(2q + 1) + 2$ ce qui établit que le reste de la division de D par 8 est égal à 2.

- Les nombres énoncés sont les nombres de la forme $13n + 5$, où n est un entier.

Un nombre est donc énoncé si et seulement si son reste dans la division par 13 est égal à 5
Or $500 = 38 \times 13 + 6$ il ne sera donc pas énoncé.
En revanche, $1500 = 115 \times 13 + 5$, il sera donc énoncé.

- En posant la division de 1 000 000 par 53, on trouve que $1\,000\,000 = 18867 \times 53 + 49$

Le plus grand nombre inférieur à 1 000 000 ayant pour reste 12 dans la même division est donc : $18867 \times 53 + 12 = 18867 \times 53 + 49 - 37 = 1\,000\,000 - 37 = 999\,963$.

- Soient q et r le quotient et le reste de la division euclidienne de E par 12.

On a $E = 12q + r = 12q + 2q = 14q = 7r$.
r est un entier inférieur à 12, par ailleurs $r = 2q$, il est donc pair.
Les valeurs possibles pour r sont donc 0, 2, 4, 6, 8, 10 ce qui correspond aux valeurs suivantes pour E = 0, 14, 28, 42, 56, 70

Vérification : $0 = 0 \times 12 + 0$ $\quad 14 = 1 \times 12 + 2$ $\quad 28 = 2 \times 12 + 4$ $\quad 42 = 3 \times 12 + 6$
$56 = 4 \times 12 + 8$ $\quad 70 = 5 \times 12 + 10$

- F-2 est un multiple commun à 3, 4 et 5. F-2 est donc multiple de 60 (ppcm de 3, 4 et 5).

Dans l'intervalle proposé, seul 60 convient pour F - 2, F est donc égal à 62.