Bachotage 3

Exercice 1

On veut calculer une valeur approchée au dixième près par défaut du quotient de 129 par 17 en utilisant une calculatrice dont la seule touche d'opération disponible est celle de la soustraction.

Proposer une démarche.

Exercice 2

Paul a dans sa tirelire 13 pièces de monnaie pour une valeur totale de 5 €.
Il n'a que des pièces de 50 centimes et de 20 centimes.
Déterminer le nombre de pièces de chaque sorte.

Donner trois méthodes de résolution de ce problème, dont deux au moins soient utilisables par des élèves de fin de cycle 3.

Exercice 3

Montrer sans poser la division que 72 036 540 est divisible par 18.

Exercice 4

Est-il vrai que la somme de 5 entiers consécutifs est toujours divisible par 5 ?

Est-il vrai que le produit de 5 entiers consécutifs est toujours divisible par 5 ?

Exercice 5

On considère une droite d et un point A n'appartenant pas à d.

Le texte ci-dessous est un programme de construction d'une droite parallèle à d passant par A.

Appliquer le programme et démontrer qu'il est correct, c'est à dire que la droite obtenue est parallèle à d.

Programme :

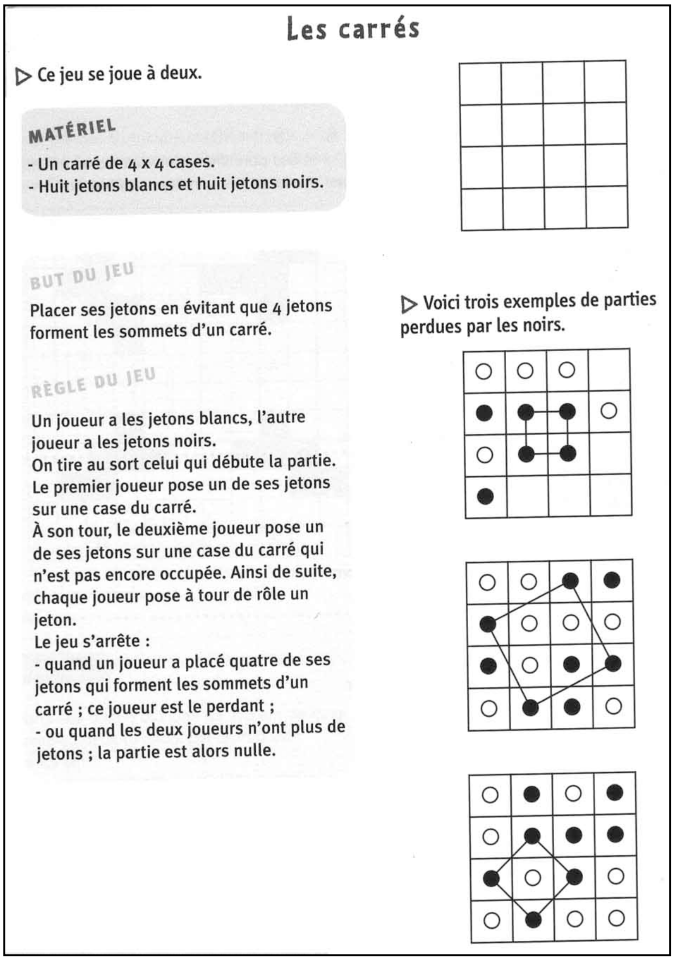
Tracer un cercle de centre A, qui coupe la droite d en deux points R et S.
La droite (AS) coupe le cercle en S et en un autre point appelé T
Tracer les cercles de centres R et T et qui passent par A.
Soit B leur autre point d'intersection.
(AB) est la droite demandée.

Question didactique :

Le document ci-contre décrit un jeu proposé dans le guide du maître associé au manuel « Cap Maths » destiné à la classe de CE2.

Quel est l'objectif de ce jeu ?

Indiquez une difficulté que les élèves peuvent rencontrer pour décider si une figure disposée comme le deuxième exemple du document ci-contre est réellement un carré et proposez une façon de lever cette difficulté.



Les carrés

▷ Ce jeu se joue à deux.

MATÉRIEL
- Un carré de 4 x 4 cases.
- Huit jetons blancs et huit jetons noirs.

BUT DU JEU

Placer ses jetons en évitant que 4 jetons forment les sommets d'un carré.

RÈGLE DU JEU

Un joueur a les jetons blancs, l'autre joueur a les jetons noirs.
On tire au sort celui qui débute la partie.
Le premier joueur pose un de ses jetons sur une case du carré.
À son tour, le deuxième joueur pose un de ses jetons sur une case du carré qui n'est pas encore occupée. Ainsi de suite, chaque joueur pose à tour de rôle un jeton.
Le jeu s'arrête :
- quand un joueur a placé quatre de ses jetons qui forment les sommets d'un carré ; ce joueur est le perdant ;
- ou quand les deux joueurs n'ont plus de jetons ; la partie est alors nulle.

▷ Voici trois exemples de parties perdues par les noirs.

Corrigé de la feuille de bachotage 3

Exercice 1

On peut soustraire 17 de 129 jusqu'à ce que le résultat soit inférieur à 17, en comptant au fur et à mesure le nombre d'itérations.
On en conclut que 129 – (7 x 17) = 10 autrement dit 129 = 7 x 17 + 10
A cette étape on a déterminé le quotient entier qui est 7, et le reste qui est 10.
Pour déterminer le chiffre des dixièmes, on soustrait 1,7 (c'est à dire 0,1 x 17) de 10 autant de fois que nécessaire, jusqu'à ce que le résultat obtenu soit inférieur à 1,7 en comptant à nouveau le nombre d'itérations.
On observe que 10 – 5 x 1,7 = 1,5 on en conclut que 5 x 1,7 < 10 < 6 x 1,7
Ou encore que 0,5 x 17 < 10 < 0,6 x 17

En rapprochant ce résultat de celui de la première étape, on conclut que
7,5 x 17 < 129 < 7,6 x 17
Le quotient au dixième près par défaut de 129 par 17 est donc égal à 7,5.

Exercice 2

Méthode experte :
Appelons x le nombre de pièces de 50 centimes, y le nombre de pièces de 20 centimes.
Le nombre total de pièces est 13, on a donc $x + y = 13$
La somme totale est 5 €, soit 500 centimes, on a donc $50\,x + 20\,y = 500$, ce qui équivaut à $5\,x + 2\,y = 50$.
Il faut donc résoudre le système d'équations suivant : $\begin{cases} x+y=13 \\ 5x+2y+50 \end{cases}$
De $x + y = 13$ on déduit que $y = 13 – x$ Dans la deuxième équation, on peut donc remplacer y par $13 – x$.
On obtient $5x + 2 (13 – x) = 50$ puis $5x + 26 – 2x = 50$ puis $3x = 24$ et enfin $x = 8$
On en déduit que y = 13 – 8 = 5
Paul a donc 8 pièces de 50 centimes et 5 pièces de 20 centimes.

Autre méthode experte : On peut procéder à une mise en équation en utilisant une seule inconnue (on exprime dès la mise en équation le nombre de pièces d'une catégorie en fonction de l'autre plutôt que de procéder à une substitution pendant la phase de calcul algébrique).
Appelons x le nombre de pièces de 50 centimes, le nombre de pièces de 20 centimes est alors $13 - x$.
Le problème se ramène alors à l'équation suivante :
$50x + 20 (13 – x) = 500$.

Troisième méthode : relevé systématique dans un tableau de toutes les possibilités

Nombre de pièces de 50	0	1	2	3	4	5	6	7	**8**	9	10	11	12	13
Nombre de pièces de 20	13	12	11	10	9	8	7	6	**5**	4	3	2	1	0
Somme totale en centimes	260	290	320	350	380	410	440	470	**500**	530	560	590	620	650

Quatrième méthode : essais
Il y a moins de 10 pièces de 50 centimes, car 10 pièces de 50 centimes valent à elles seules 5 €
Essayons avec 6 pièces de 50 centimes. La somme totale est alors 6 x 50 + 7 x 20 = 440 centimes, ce n'est pas assez, essayons en augmentant le nombre de pièces de 50 centimes….

Cinquième méthode : S'il n'y avait que des pièces de 50 centimes, la somme totale serait de 650 centimes, c'est à dire 150 centimes de trop.
A chaque fois que l'on remplace une pièce de 50 centimes par une de 20, la somme totale diminue de 30 centimes. Comme 150 = 5 x 30, il faut donc effectuer 5 remplacements pour parvenir à une somme de 500 centimes. Il y a donc 8 pièces de 50 centimes, et 5 de 20.

Les méthodes 3 4, et éventuellement 5, sont envisageables pour un élève de fin de cycle 3.

Exercice 3
72 000 000 est un multiple de 18 puisque 72 en est un
il en est de même pour 36 000 et pour 540.
La somme de trois multiples de 18 est multiple de 18, c'est donc le cas de 72 036 540.

Autre méthode : 72 036 540 est divisible par 9 puisque la somme de ses chiffres est 27, et par 2 puisqu'il se termine par un 0. Par conséquent, sa décomposition en facteurs premiers comprend 3^2 et 2, c'est donc un multiple de 18.

Exercice 4
Appelons n le troisième des cinq entiers consécutifs.
Alors la somme s'écrit $(n-2) + (n-1) + n + (n+1) + (n+2) = 5n$
Cette somme est par conséquent divisible par 5

Soit p le premier des 5 entiers et r le reste de la divisions euclidienne de p par 5.
Si $r = 0$, alors p est un multiple de 5
Si $r = 1$, alors $p + 4$ est un multiple de 5
Si $r = 2$, alors $p + 3$ est un multiple de 5
Si $r = 3$, alors $p + 2$ est un multiple de 5
Si $r = 4$, alors $p + 1$ est un multiple de 5
L'étude ci-dessus est exhaustive, le reste d'une division par 5 ne pouvant être que 0, 1, 2, 3 ou 4.
Dans chaque cas l'un des nombres du produit est multiple de 5, donc le produit l'est aussi.

Exercice 5
Par construction, le côté [ST] du triangle RST est un diamètre du cercle de centre A, de plus le point R est sur ce cercle, donc (RT) est perpendiculaire à (RS), c'est à dire à la droite d.

Par construction, le quadrilatère ARBT a tous ses côtés égaux, c'est donc un losange.
ARBT est un losange, donc ses diagonales (AB) et (RT) sont perpendiculaires.

Les droites d et (AB) sont toutes deux perpendiculaires à (RT), donc elles sont parallèles entre elles.
La droite (AB) qui passe par A et est parallèle à d est donc la droite demandée.

Question didactique.

L'objectif poursuivi à travers ce jeu est de faire prendre conscience aux élèves qu'un carré n'a pas nécessairement ses côtés disposés horizontalement et verticalement.

L'accord entre les élèves risque d'être difficile, en particulier pour le deuxième carré fourni comme exemple par le manuel. En effet, si certains élèves ne perçoivent pas cette figure comme un carré, comme les sommets ne sont pas déterminés avec une grande précision (les pions ont une certaine taille et ne sont pas forcément placés exactement au centre des cases) il sera impossible de les convaincre en mesurant les côtés et en vérifiant les angles droits.
On peut lever cette difficulté en faisant jouer sur les nœuds d'une grille et non dans les cases. en cas de désaccord, on peut alors enlever les pions et tracer avec précision le quadrilatère objet du litige.