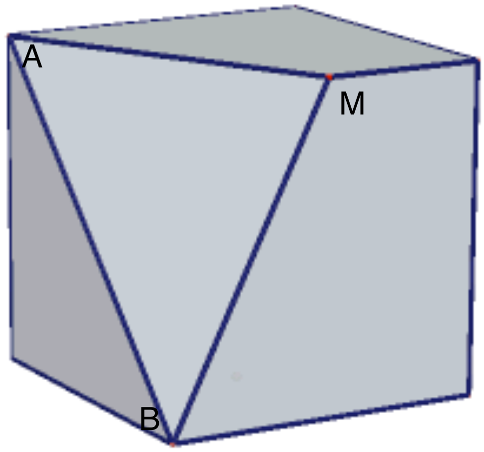
CRPE 2011-2012—derniers réglages avant l'écrit (2).

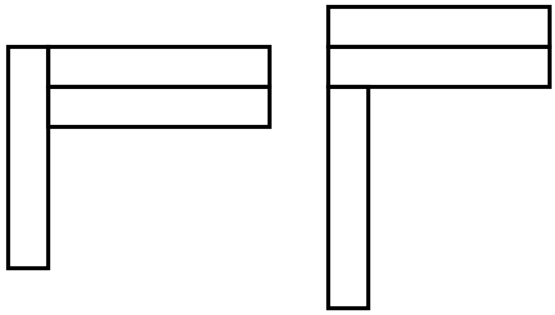
Problème 1

OAB et OAC sont deux triangles distincts, tous les deux isocèles en O et tels que $\widehat{AOB} = \widehat{AOC}$.
D est le symétrique de B par rapport à O.
Démontrer que les droites (AO) et (CD) sont parallèles.



Problème 2

Le solide ci-contre a été obtenu en coupant un cube de 4 cm d'arête par un plan.
Les sommets A et B du solide étaient des sommets du cube, le sommet M était le milieu d'une arête du cube.
Dessiner un patron de ce solide et calculer son volume.



Problème 3

Les six rectangles formant les deux figures ci-contres sont identiques. Le périmètre de la figure de gauche est de 246 mm, celui de la figure de droite est de 272 mm.
Calculer la longueur et la largeur d'un rectangle.

Problème 4 (extrait des annales du brevet 2008)

Une entreprise construit des boîtiers électriques qui servent à distribuer le courant électrique dans les appartements.
Trois salariés Félix, Gaëlle et Henry fabriquent chaque mois le même nombre de boîtiers.
Leur salaire mensuel en euro (le symbole de l'euro est €) est calculé de la façon suivante :

- Félix a un salaire fixe de 1 500 €.
- Gaëlle a un salaire de 1 000 € augmenté de 2 € par boîtier fabriqué.
- Henry a un salaire de 7 € par boîtier fabriqué.

Chaque salarié a fabriqué 260 boîtiers au mois de janvier, 180 boîtiers en février et 200 boîtiers en mars.

1. Compléter le tableau suivant.

	Salaire de Félix	Salaire de Gaëlle	Salaire de Henry
Mois de Janvier			
Mois de Février			
Mois de Mars			

2. Soit x le nombre de boîtiers fabriqués pendant un mois. Exprimer en fonction de x les salaires de Félix, Gaëlle et Henry.

3. Représenter graphiquement dans un repère orthogonal les fonctions définies par :
$f(x) = 1500$; $g(x) = 1000 + 2x$; $h(x) = 7x$.
On choisira comme unités:

- 1 cm pour 20 boîtiers sur l'axe des abscisses.
- 1 cm pour 100 € sur l'axe des ordonnées.

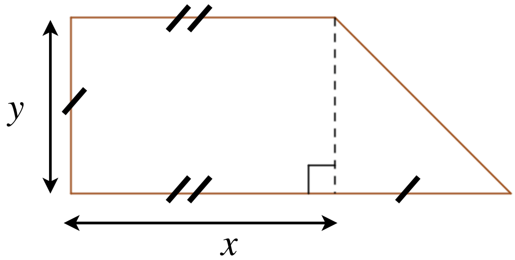
4. Par lecture graphique, préciser à partir de combien de boîtiers fabriqués en un mois on peut dire qu'Henry aura un salaire supérieur ou égal à celui de Gaëlle (on laissera apparents les pointillés aidant à la lecture).

5. En avril, Félix et Gaëlle ont eu le même salaire. Combien de boîtiers Félix a-t-il fabriqués ? Justifier votre réponse par un calcul.

6. Les trois salariés pourront-ils toucher le même salaire mensuel ? Expliquer la réponse.

Problème 5

	A	B	C	D	E	F	G	H
1			Valeur de x					
2			**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
3	Valeur de y	**2**	6	8	10	12	14	16
4		**3**	10,5	13,5	16,5	19,5	22,5	25,5
5		**4**	16	20	24	28	32	36
6		**5**	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5
7		**6**	30	36	42	48	54	60
8								



La copie d'écran ci-dessus montre une feuille de calcul.
Le but de cette feuille est de calculer l'aire des trapèzes rectangles conformes au codage de la figure ci-contre.

Donner une formule qui a pu être entrée dans la cellule C3 puis copiée en tirant vers le bas et vers la droite pour obtenir ce résultat.

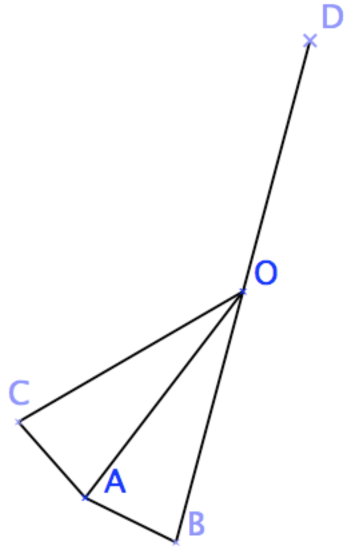
Problème 6
Combien y a-t-il de nombres entiers strictement compris entre 1 000 et 10 000 qui sont multiples à la fois de 640 et de 480 ?

Problème 7
Une machine qui fonctionne sans interruption fabrique une pièce en 13 minutes et 47 secondes.
Combien cette machine fabrique-t-elle de pièces en une semaine ?

Problème 8
On assemble trois hexagones réguliers dont les côtés mesurent 1 cm. Chacun des hexagones a un côté en commun avec au moins un des deux autres. Il n'y a pas de superposition.
Quel est le périmètre de la figure obtenue (s'il y a plusieurs possibilités, on les indiquera toutes).

On assemble trois octogones réguliers dont les côtés mesurent 1 cm. Chacun des octogones a un côté en commun avec au moins un des deux autres. Il n'y a pas de superposition.
Quel est le périmètre de la figure obtenue (s'il y a plusieurs possibilités, on les indiquera toutes) ?

CRPE 2011-2012—derniers réglages avant l'écrit (2).
Problèmes corrigés.



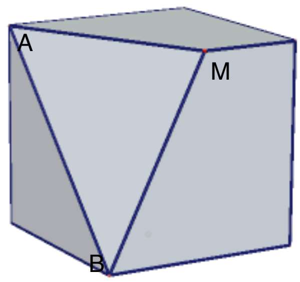
Problème 1

OAB et OAC sont deux triangles distincts, tous les deux isocèles en O et tels que $\widehat{AOB} = \widehat{AOC}$.
D est le symétrique de B par rapport à O. Démontrer que les droites (AO) et (CD) sont parallèles.

AOB et AOC étant isocèles, OB = OA et OA = OC, par conséquent OB = OC.
OB = OC donc BOC est isocèle en O et la droite (OA), bissectrice de l'angle de sommet O est aussi la médiatrice de [BC] ; (OA) est donc perpendiculaire à (BC).

D est le symétrique de B par rapport à O donc O est le milieu de [BD], or OB = OC, le milieu de [BD] est donc équidistant des trois sommets du triangle BCD d'où il découle que celui-ci est rectangle en C.

Les droites (CD) et (OA) sont perpendiculaires à (BC), elles sont donc parallèles entre elles.



Problème 2

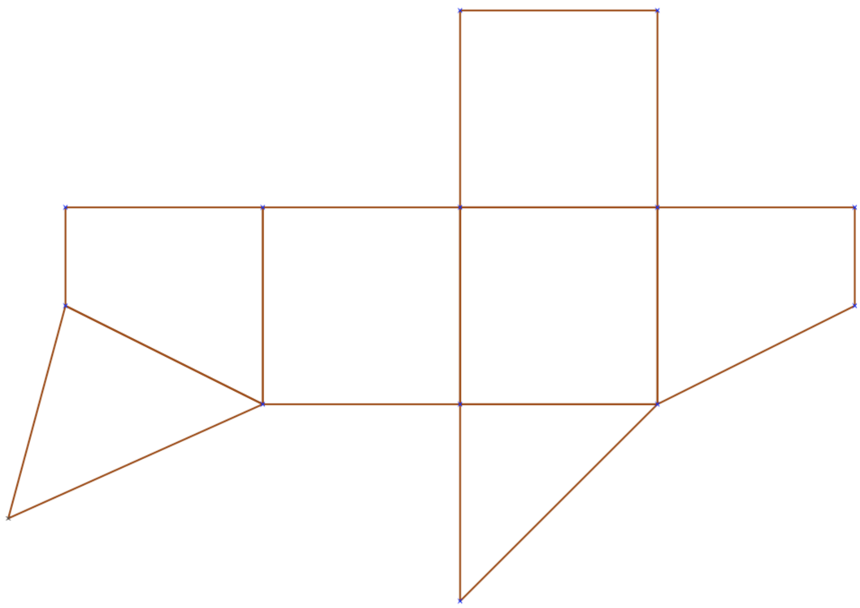
Le solide ci-contre a été obtenu en coupant un cube de 4 cm d'arête par un plan.
Les sommets A et B du solide étaient des sommets du cube, le sommet M était le milieu d'une arête du cube.
Dessiner un patron de ce solide et calculer son volume.

Appelons C le sommet du cube qui a été tronqué. On peut calculer le volume du tétraèdre ABCM en utilisant comme base le triangle ABC et comme hauteur le segment [CM]

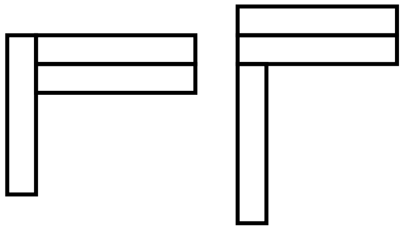
Ce volume est égal à $\frac{1}{3} \times \frac{4 \times 4}{2} \times 2$ soit $\frac{16}{3}$ cm^3.

Par différence avec le volume du cube, le solide étudié a un volume de 64 - $\frac{16}{3}$ soit $\frac{176}{3}$ cm^3.

Le dessin ci-dessous est une réduction d'un des patrons possibles.



Problème 3



Les six rectangles formant les deux figures ci-contres sont identiques. Le périmètre de la figure de gauche est de 246 mm, celui de la figure de droite est de 272 mm.
Calculer la longueur et la largeur d'un rectangle.

Notons L la longueur en millimètres d'un des rectangles, l sa largeur.
Le périmètre de la figure de gauche mesure $4L + 2l$, celui de la figure de droite mesure $4L + 4l$.
Par conséquent, $4L + 2l = 246$ et $4L + 4l = 272$.
On en déduit successivement que $2l = 26$, $l = 13$, $4L = 220$ et $L = 55$

La longueur d'un rectangle est 55 mm, sa largeur 13 mm.

Problème 4 (extrait des annales du brevet 2008)

Une entreprise construit des boîtiers électriques qui servent à distribuer le courant électrique dans les appartements.
Trois salariés Félix, Gaëlle et Henry fabriquent chaque mois le même nombre de boîtiers.
Leur salaire mensuel en euro (le symbole de l'euro est €) est calculé de la façon suivante :
- *Félix a un salaire fixe de 1 500 €.*
- *Gaëlle a un salaire de 1 000 € augmenté de 2 € par boîtier fabriqué.*
- *Henry a un salaire de 7 € par boîtier fabriqué.*

Chaque salarié a fabriqué 260 boîtiers au mois de janvier, 180 boîtiers en février et 200 boîtiers en mars.

***1**. Compléter le tableau suivant.*

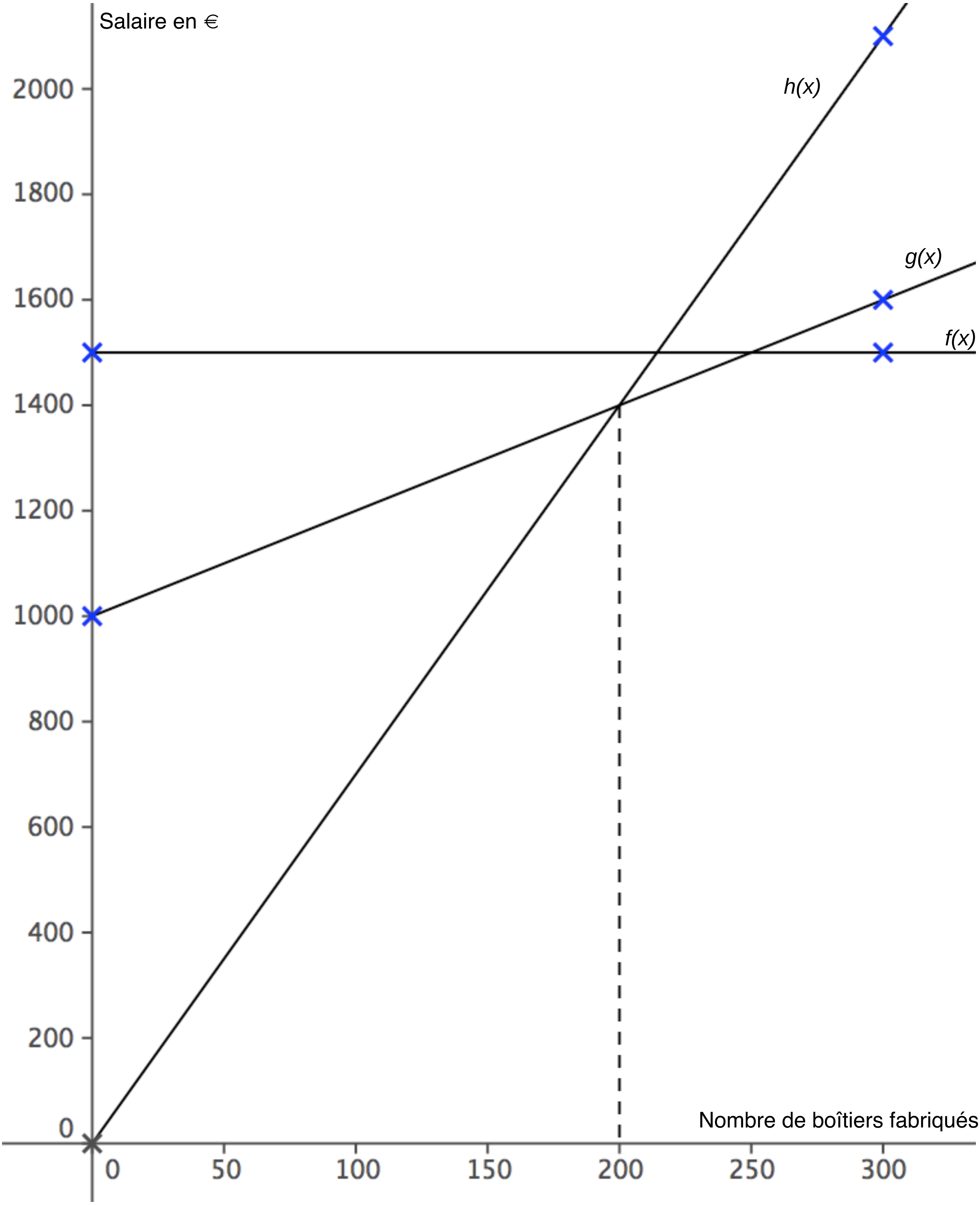
	Salaire de Félix	Salaire de Gaëlle	Salaire de Henry
Mois de Janvier	1500 €	1520 €	1820 €
Mois de Février	1500 €	1360 €	1260 €
Mois de Mars	1500 €	1400 €	1400 €

2. *Soit x le nombre de boîtiers fabriqués pendant un mois. Exprimer en fonction de x les salaires de Félix, Gaëlle et Henry.*
Le salaire de Félix est donné par $f(x) = 1500$
Le salaire de Gaëlle est donné par $g(x) = 1000 + 2x$
Le salaire de Henry est donné par $h(x) = 7x$.

***3**. Représenter graphiquement dans un repère orthogonal les fonctions définies par :*
$f(x) = 1500$; $g(x) = 1000 + 2x$; $h(x) = 7x$.
On choisira comme unités:
- *1 cm pour 20 boîtiers sur l'axe des abscisses.*
- *1 cm pour 100 € sur l'axe des ordonnées.*

4. *Par lecture graphique, préciser à partir de combien de boîtiers fabriqués en un mois on peut dire qu'Henry aura un salaire supérieur ou égal à celui de Gaëlle (on laissera apparents les pointillés aidant à la lecture).*

Henry a un salaire supérieur ou égal à celui de Gaëlle à partir de 200 boîtiers fabriqués dans le mois (voir graphique page suivante).



5. En avril, Félix et Gaëlle ont eu le même salaire. Combien de boîtiers Félix a-t-il fabriqués ? Justifier votre réponse par un calcul.
On résout l'équation $1500 = 1000 + 2x$, d'où $x = 250$. Félix a fabriqué 250 boîtiers.

6. Les trois salariés pourront-ils toucher le même salaire mensuel ? Expliquer la réponse.
C'est impossible parce qu'il n'y a pas de point commun aux trois droites (ou parce que 1500 n'est pas multiple de 7).

Problème 5
=$B3*(C$2+$B3/2) est une des formules possibles.
Pour que la formule soit correcte, il est nécessaire que les références à la cellule B3 soient absolues pour ce qui est de la colonne ($B3 et non B3) et que les références à la cellule C2 soient absolues pour ce qui est de la ligne (C$2 et non C2).

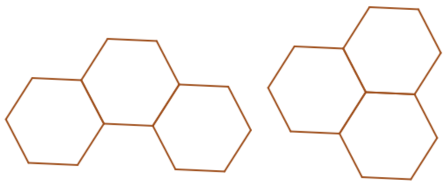
Problème 6
Combien y a-t-il de nombres entiers strictement compris entre 1 000 et 10 000 qui sont multiples à la fois de 640 et de 480 ?

Les multiples de 640 et 480 sont les multiples de leur PPCM.
$640 = 2^7 \times 5$ $480 = 2^5 \times 3 \times 5$ leur PPCM est donc $2^7 \times 3 \times 5$ soit 1920.
Les multiples de 1920 compris entre 1 000 et 10 000 sont :
1920, 3840, 5760, 7680 et 9600.
Il y a donc 5 nombres entiers strictement compris entre 1 000 et 10 000 qui sont multiples à la fois de 640 et de 480 ?

Problème 7
Une machine qui fonctionne sans interruption fabrique une pièce en 13 minutes et 47 secondes.
Combien cette machine fabrique-t-elle de pièces en une semaine ?
La durée en secondes de fabrication d'une pièce est de 13 x 60 + 47 soit 827 secondes
La durée en secondes d'une semaine est 7 x 24 x 3600 soit 604800 secondes.
En posant la division euclidienne de 604 800 on trouve un quotient égal à 731. La machine fabrique donc 731 pièces en une semaine.

Problème 8
On assemble trois hexagones réguliers dont les côtés mesurent 1 cm. Chacun des hexagones a un côté en commun avec au moins un des deux autres. Il n'y a pas de superposition.
Quel est le périmètre de la figure obtenue (s'il y a plusieurs possibilités, on les indiquera toutes) ?

La longueur totale des côtés des trois hexagones est 18 cm. Si deux hexagones se touchent par un côté, 2 cm de cette longueur totale ne sont pas à compter dans le périmètre.
Dans les dispositions où deux des trois hexagones ne se touchent pas, le périmètre est de 18 - 4 = 14 cm



Dans la disposition où chaque hexagone est en contact avec les deux autres (ce qui est possible puisque les angles d'un hexagone régulier mesurent 120°) le périmètre est de 18 - 6 = 12 cm.

On assemble trois octogones réguliers dont les côtés mesurent 1 cm. Chacun des octogones a un côté en commun avec au moins un des deux autres. Il n'y a pas de superposition.
Quel est le périmètre de la figure obtenue (s'il y a plusieurs possibilités, on les indiquera toutes).

Il n'est pas possible que chaque octogone touche aux deux autres, le périmètre est donc toujours de 24 - 4 = 20 cm.