

L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé. Le document annexe est à rendre avec la copie.

### **EXERCICE 1 (5 points)**

Dans cet exercice, les constructions demandées se font uniquement à la règle non graduée et au compas. Dans la figure de l'annexe 1 :  $\mathcal{C}$  est le cercle de diamètre  $[AB]$  et de centre  $O$  ;  $I$  est le milieu de  $[AO]$  ;  $D$  est un point d'intersection de la médiatrice de  $[AO]$  avec le cercle  $\mathcal{C}$  ; la droite  $(AD)$  coupe la médiatrice de  $[AB]$  en  $J$  ; la droite  $(BJ)$  coupe la médiatrice de  $[AO]$  en  $K$ .

- 1) Déterminer la nature du triangle  $ABD$ .
- 2) Démontrer que  $D$  est le milieu de  $[AJ]$ .
- 3) Démontrer que le triangle  $ABJ$  est équilatéral.
- 4) Démontrer que le triangle  $KJD$  est isocèle en  $J$ .
- 5) Construire le parallélogramme  $AJKL$  (on laissera bien apparents les traits de construction).
- 6) Construire le quadrilatère convexe  $BDKM$  tel que l'angle  $\widehat{BMK}$  soit droit et  $KM=KI$  (on laissera bien apparents les traits de construction).

### **EXERCICE 2 (4 points)**

Sauf précision du contraire, toutes les réponses devront être justifiées.

Dans cette partie, on s'intéresse aux nombres entiers de 0 à 9999.

On convient de les écrire tous avec quatre chiffres, même quand cela n'est pas nécessaire. Par exemple 357 sera écrit 0357, et 49 sera écrit 0049.

Soit  $N$  un nombre de 4 chiffres écrit selon ces conventions. On note  $m$  le chiffre des milliers de  $N$ ,  $c$  son chiffre des centaines,  $d$  son chiffre des dizaines et  $u$  son chiffre des unités.

On note  $N'$  le nombre obtenu en échangeant d'une part le chiffre des milliers de  $N$  avec celui des dizaines et d'autre part celui des centaines avec celui des unités.  $N'$  s'écrit alors  $\overline{dumc}$ .

- 1) Expliciter les conditions nécessaires et suffisantes portant sur les chiffres  $m$ ,  $c$ ,  $d$ , et  $u$  pour que l'on ait  $N > N'$  (il n'est pas demandé de justification).
- 2) On suppose désormais que  $N-N' > 0$ 
  - a. Démontrer que  $N-N'$  est multiple de 99.
  - b. Existe-t-il un entier  $N$  tel que  $N-N'=999$  ?
  - c. Déterminer le(s) nombre(s)  $N$  tel(s) que  $N-N'=5940$ .
- 3) On considère maintenant deux nombres  $P$  et  $P'$ , écrits en base 5 :  
 $P$  s'écrit  $\overline{efgh}$ ,  $P'$  s'écrit  $\overline{ghef}$  et on suppose de plus que  $P > P'$ .  
Démontrer que  $P-P'$  est un multiple de 24.

**Questions complémentaires (1) (4 points)**

1) Citez une caractéristique commune au système de numération égyptien et à notre système de numération usuel, et deux différences essentielles.


2) La numération égyptienne ne figure pas dans les programmes de l'école élémentaire ; elle ne figurait pas non plus dans les versions précédentes de ces programmes, cependant elle figure dans de nombreux manuels.

Ce choix des auteurs de manuels qui proposent l'étude de la numération égyptienne vous paraît-il judicieux ? Argumentez.

3) a) Le document ci-dessous est extrait du manuel de CM1 Optimath, éditions Hachette (2001). Dans ce document consacré à la numération égyptienne, le « Mémo » en bas de page n'y fait pas référence. Donnez un avis argumenté sur ce choix.

b) Dans le document on propose de convertir dans notre système de numération des nombres écrits dans le système égyptien. Le choix des nombres proposés vous paraît-il pertinent ?

**Tu vas découvrir la numération égyptienne et la comparer à la nôtre.**



**Un peu d'histoire...**

Dans l'Égypte ancienne, certains pharaons faisaient élever des temples en l'honneur de leurs dieux et les murs étaient décorés de sculptures ou de peintures illustrant les épisodes les plus glorieux de leur vie, ou des scènes de la vie quotidienne.

---

**1** a) Observe bien les documents découverts dans deux de ces temples.

Ce premier document indique le nombre d'hommes, de chèvres et de moutons capturés lors d'une bataille.

	hommes	chèvres	moutons
écriture égyptienne			
notre écriture	20 000	300 000	234 000

Pour désigner les nombres, les Égyptiens utilisaient des dessins : les hiéroglyphes.

Ce deuxième document indique les richesses en volailles du pharaon Ramsès II.

	pigeons	oies	canards
écriture égyptienne			
notre écriture	1 1 1	3 742	1 2 3

Super ! J'ai capturé 3 742 souris !

b) Recopie et complète le tableau ci-dessous. Pour t'aider, regarde bien ce que disent les deux chats.

écriture égyptienne						
notre écriture	100 000	1 000		10		

Tu veux dire 243 souris.

---

**2** a) Écris, dans notre système de numération, le nombre égyptien suivant :

b) Fais le même travail pour les écritures suivantes. Que constates-tu ?

**M É M O**

Notre système de numération comprend dix chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9. Quand on regarde un nombre de la droite vers la gauche, le 1<sup>er</sup> chiffre est celui des unités, le 2<sup>e</sup> celui des dizaines...

centaines de mille	dizaines de mille	milliers	centaines	dizaines	unités
4	5	3	2	0	1

Exemple : dans le nombre 453 201, le chiffre 0 est celui des dizaines.

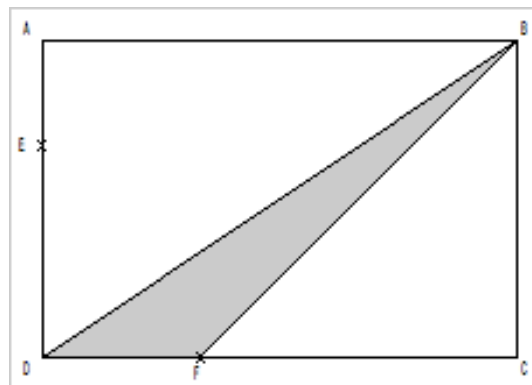
### **EXERCICE 3 (3 points)**

Soit ABCD un rectangle.

1. On note E le point du segment [AD] tel que  $DE = \frac{2}{3} DA$ .

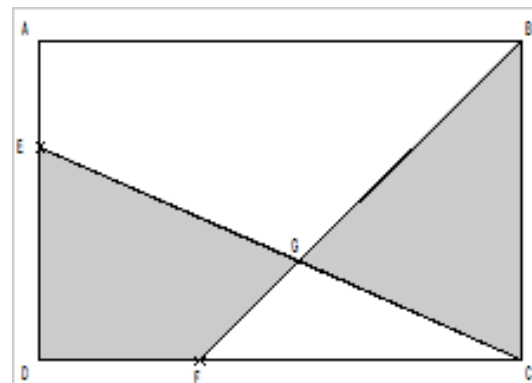
On note F le point du segment [CD] tel que  $DF = \frac{1}{3} DC$ .

Exprimer l'aire du triangle DBF en fonction de l'aire du rectangle ABCD. Justifier votre réponse.



2. On note G l'intersection des droites (EC) et (FB).

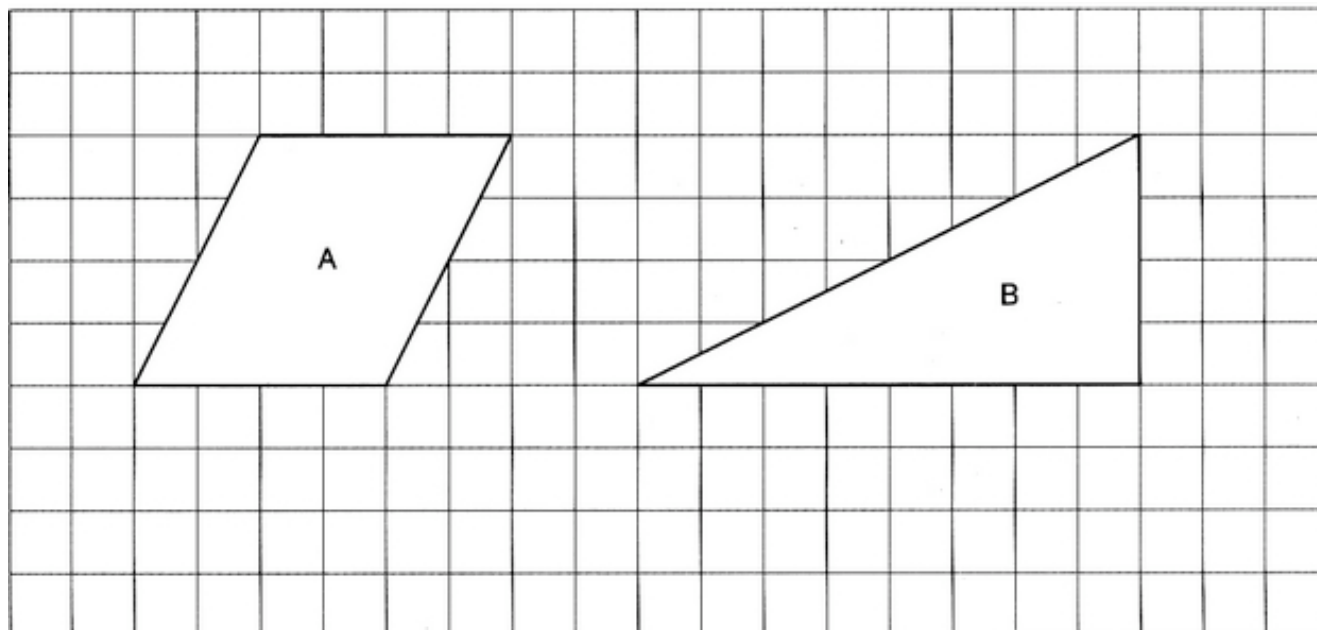
Montrer que l'aire du triangle BCG est égale à celle du quadrilatère EFGD.



### **Questions complémentaires (2) (4 points)**

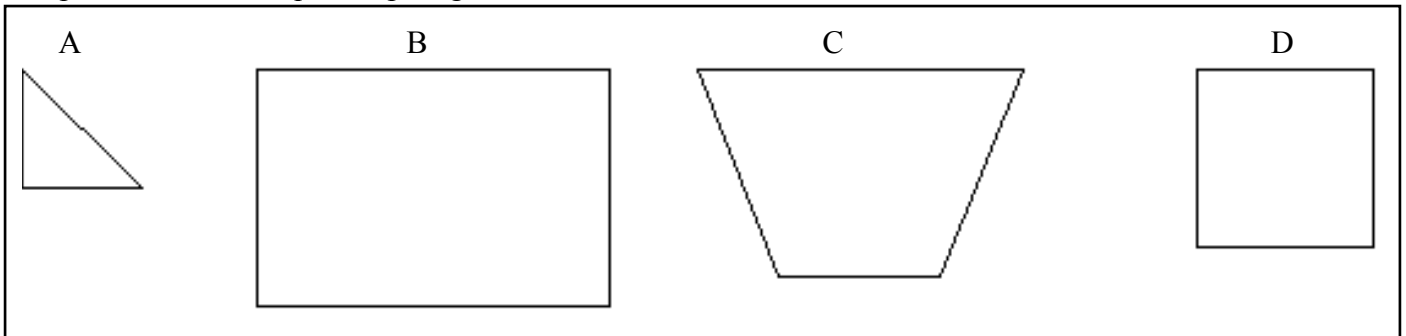
1. L'exercice suivant est fourni à des élèves de CM2 sur une feuille polycopiée sur laquelle ils peuvent, entre autres, éventuellement dessiner.

Compare les aires des surfaces A et B.



Indiquer et décrire trois procédures différentes que peut utiliser un élève pour répondre correctement à la question.

2. Un enseignant de CM2 demande à ses élèves de ranger les surfaces suivantes de celle qui a la plus petite aire à celle qui a la plus grande aire.



Indiquer deux défauts de l'échantillon de figures proposé.

3. L'exercice suivant est proposé à des élèves de cycle 3.

Exprime les aires de chacune des surfaces C, D, E et F avec l'unité  $u$  et écris un encadrement de l'aire de la surface G.

a) Indiquez une connaissance, autre que celles relevant de l'aire, nécessaire pour exprimer correctement l'aire de la figure F dans cet exercice.

b) Montrer comment à l'aide de cette connaissance, des élèves de cycle 3 peuvent obtenir pour la figure G un encadrement du type :  $1 u < \text{aire de G} < xu$ , avec  $x < 2$ .

Document Annexe

