

Exercice 1

1 a) $49 = 7^2$ 49 s'écrit donc $\overline{100}$ en base 7.

Il en résulte que $A + 49 = \overline{32063} + \overline{100} = \overline{32163}$.

b) $686 = 2 \times 7^3$ 686 s'écrit donc $\overline{2000}$ en base 7.

Il en résulte que $A + 686 = \overline{32063} + \overline{2000} = \overline{34063}$.

c) Posons l'addition $A + A$ directement en base 7.

Le deuxième rang en partant de la droite est le plus difficile car la somme obtenue y est supérieure à 6, plus grand chiffre dont on dispose en base 7. En base 7, on a $\overline{6} + \overline{6} = \overline{15}$.

On en déduit que $2A = \overline{32063} + \overline{32063} = \overline{64156}$.

2) Le plus grand nombre qui s'écrit avec six chiffres en base 7 est obtenu en donnant à chacun de ses chiffres la plus grande valeur possible. On a donc $B = \overline{666666}$.

3) Première méthode : $B + 1 = \overline{1\ 000\ 000} = 7^6$ donc $B = 7^6 - 1 = 117649 - 1 = 117648$.

Deuxième méthode :

$$B = 6 \times 7^5 + 6 \times 7^4 + 6 \times 7^3 + 6 \times 7^2 + 6 \times 7 + 6$$

$$B = 6 \times (7^5 + 7^4 + 7^3 + 7^2 + 7 + 1)$$

$$7^5 + 7^4 + 7^3 + 7^2 + 7 + 1 = 16807 + 2401 + 343 + 49 + 7 + 1 = 19608$$

$$B = 6 \times 19608 = 117648.$$

Questions complémentaires.

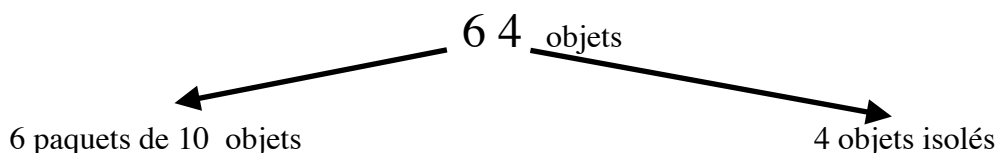
a) Cette contrainte est nécessaire car l'objectif est de travailler sur l'écriture des nombres dans le système décimal. Sans cette contrainte, les élèves pourraient, pour une commande de 56 boutons, demander 56 boutons isolés ou 4 paquets de 10 et 16 boutons isolés. Ces réponses seraient correctes sans mettre du tout en évidence le principe du système décimal.

b) Une formulation possible pour les élèves est la suivante :

37 boutons, c'est 3 paquets de 10 boutons et 7 boutons isolés.

58 allumettes, c'est 5 paquets de 10 allumettes et 8 allumettes isolées.

Dans un nombre à deux chiffres, le premier chiffre compte des paquets de 10, le deuxième chiffre compte des objets isolés.



c) Dans la version originale du manuel, le nombre de paquets de 10 précède toujours le nombre de boutons isolés dans le bon de commande. Il suffit donc aux élèves de recopier les chiffres dans l'ordre où ils sont fournis pour passer sans erreur du nombre exprimant la quantité totale au bon de commande ou réciproquement. Les élèves n'ont donc pas besoin de retenir la convention selon laquelle dans un nombre à deux chiffres le premier chiffre désigne des dizaines et le deuxième des unités.

Dans la version proposée par l'enseignant, les élèves doivent prendre conscience de cette convention pour réussir, ce qui les aidera à la comprendre et à la mémoriser.

d) Les exercices ne permettent pas de vérifier les compétences indiquées dans le manuel.

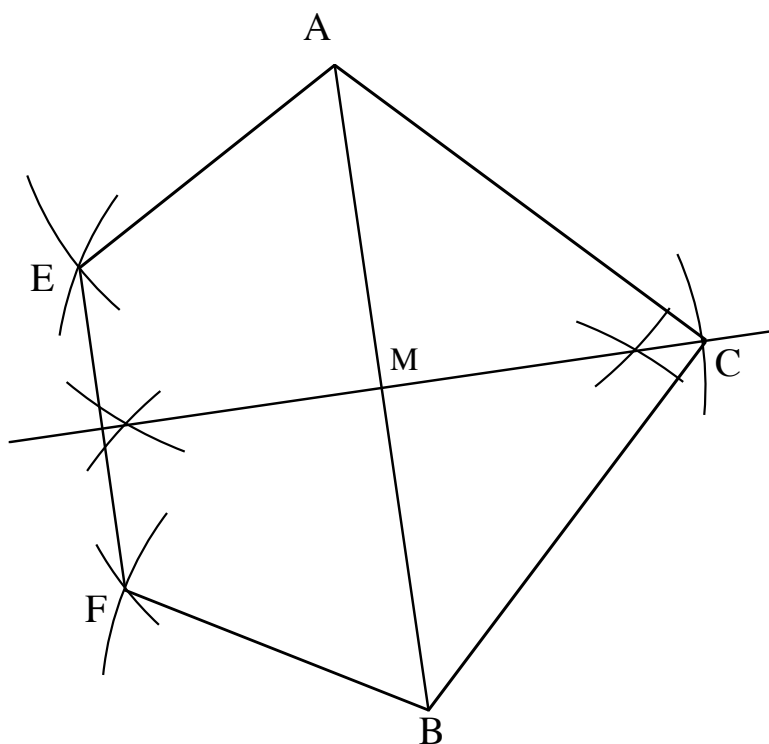
Dans l'exercice 1 des collections sont représentées, mais l'élève n'a pas à dénombrer ces collections, il doit grouper des dizaines puis remplir le tableau avec le nombre de dizaines et le nombre d'unités. S'il répond correctement qu'il y a 2 dizaines de feuilles et 1 feuille, rien ne permet d'affirmer qu'il sait que cela fait 21 feuilles, cette connaissance n'est pas nécessaire pour réussir l'exercice. La seule connaissance relative à la numération décimale utilisée est : «une dizaine d'objets, c'est dix objets» (pour effectuer les groupements).

L'exercice 2 ne demande que d'associer la même information présentée avec et sans tableau. Il ne serait pas changé de façon significative si on remplaçait «dizaines» par «oranges» et «unités» par «bananes» et ne met en œuvre aucune connaissance de la numération décimale.

L'exercice 3 propose un décodage réciproque du codage demandé dans l'exercice 1. La seule connaissance en rapport avec le système décimal nécessaire est à nouveau celle du sens du mot «dizaine».

Rien ne permet d'affirmer que l'élève qui dessine correctement 6 dizaines et 5 unités a lu le nombre 65.

Exercice 2



Programme :

Construire la médiatrice de $[AB]$, elle coupe $[AB]$ en son milieu M .

Construire le cercle de centre M et passant par A .

Placer C à l'une des intersections de la droite et du cercle que l'on vient de tracer.

Justification :

C est sur la médiatrice de $[AB]$ donc $CA = CB$ par conséquent le triangle ABC est isocèle en C .

M est le milieu de $[AB]$ donc le cercle de centre M passant par A a pour diamètre $[AB]$.

C est sur le cercle de diamètre $[AB]$ donc le triangle ABC est rectangle en C .

Questions complémentaires.

a) Quelques avantages de la situation utilisant l'ordinateur :

- Le nombre de figures sur lesquelles l'élève peut expérimenter n'est pas limité.
- La vérification est précise, ne dépend pas de la qualité du pliage.
- Il est possible, dans la position «montrer le symétrique» de faire bouger une figure et d'observer les mouvements de la figure symétrique. On peut constater par exemple qu'en rapprochant la figure de l'axe, la figure symétrique se rapproche aussi de l'axe. Ceci n'est pas possible dans la version papier.
- Lors de la validation, l'élève voit simultanément la position correcte et celle qu'il a proposée, ce qui peut l'aider à comprendre son erreur.
- L'élève choisissant ses propres figures, il peut choisir une difficulté adaptée à ses capacités.

Quelques inconvénients de la situation utilisant l'ordinateur :

- La validation n'est pas aussi convaincante que par pliage : dans la situation papier le pliage définit l'objectif à atteindre (il doit y avoir superposition) dans la situation informatique, il n'y a aucune référence à l'image mentale du pliage, la position fournie par l'ordinateur est supposée correcte sans que l'élève en soit nécessairement convaincu.
- L'élève choisissant ses propres figures, il y a un risque qu'il n'utilise que des figures très voisines les unes des autres et très simples, ou au contraire qu'il choisisse des figures trop difficiles.
- Il est impossible d'orienter la feuille pour placer l'axe de symétrie verticalement et ainsi se ramener à la situation la mieux connue.
- La figure «candidate» déplacée par l'élève est toujours entière, certaines sous-tâches qui seront nécessaires quand il passera sur papier ne sont donc pas travaillées (décider par quel côté il vaut mieux commencer, garder en mémoire les côtés déjà tracés...).

Rappel : au CRPE, s'il est demandé deux avantages et deux inconvénients, il ne faut pas en fournir plus.

b)

	Production du haut	Production du bas
Réussites	La figure proposée comme symétrique est isométrique au modèle, elle est «retournée» comme il convient dans une symétrie axiale et située de l'autre côté de l'axe. La distance entre la figure et l'axe de symétrie a été conservée.	La figure proposée comme symétrique est isométrique au modèle. Son emplacement global est correct. La distance entre la figure et l'axe de symétrie a été conservée.
Erreurs	La figure proposée n'est pas du tout symétrique au modèle, tout se passe comme si l'élève avait voulu dessiner globalement une disposition «en papillon», symétrique par rapport à un axe vertical imaginaire.	Il n'y a pas le retournement caractéristique d'une symétrie axiale (<i>la figure dessinée se déduit du modèle par une translation</i>).

Exercice 3

Le volume du pavé P est égal à $4 \times 6 \times 9$, soit $2^3 \times 3^3$

Le volume de chacun des pavés P1, P2... est donc égal à $8 \times 2^3 \times 3^3 = 2^6 \times 3^3$

Le pavé P1 a pour dimensions 8 cm, 12 cm et 18 cm (*pour que le volume soit multiplié par $8 = 2^3$ dans un agrandissement, le coefficient de l'agrandissement doit être 2*).

Le cube P2 a des arêtes de 12 cm (*il suffit de décomposer en un produit de trois facteurs égaux l'écriture de son volume*).

Il ne peut pas exister de pavé P3, en effet si un pavé a quatre faces carrées toutes ses arêtes sont égales, il s'agit donc d'un cube.

Le pavé dont les dimensions en cm sont 1, 1 et $2^6 \times 3^3$ c'est à dire 1, 1 et 1728 convient pour P4 puisque certaines de ses arêtes mesurent 17,28 m.

$24 = 2^3 \times 3$, les dimensions 24 cm, 24 cm et 3 cm conviennent pour P5.

remarque : c'est la seule solution, il n'y a pas de solution si ce n'est pas le côté des faces carrées qui mesure 24 cm.

Les mesures des côtés n'ont pour diviseurs premiers que 2 ou 3.

En conséquence, les seules valeurs inférieures à 15 possibles sont 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9 et 12.

Comme le cube de 12 cm d'arête a le volume voulu, tous les autres pavés possibles ayant des arêtes plus petites que 15 auront un volume plus petit et ne peuvent donc convenir pour P6.

Exercice 4

1) Le véhicule parcourt 90 km en 60 minutes, donc 3 km en 2 min (30 fois moins) et 48 km en 32 minutes (16 fois plus).

2) Le véhicule parcourt 48 km en 36 minutes, il parcourt donc 8 km en 6 minutes (6 fois moins) et 80 km en 60 minutes : sa vitesse est égale à 80 km/h.

3) 4 minutes, c'est 1/15 d'heure, le premier véhicule parcourt donc $75/15 = 5$ km en 4 minutes.

Le second véhicule rattrape 15 km par heure, il lui faut donc 1/3 d'heure, c'est à dire 20 minutes pour rattraper 5 km. Le second véhicule rattrape donc le premier à 9 h 24 min.

Bien entendu, de nombreuses autres méthodes sont possibles parmi lesquelles des méthodes algébriques.

En voici quelques-unes pour le plaisir :

la vitesse du second véhicule est égale à 6/5 de celle du premier.

La durée nécessaire au second véhicule pour parcourir une certaine distance est donc 5/6 de celle nécessaire au premier.

La différence de durée (4 minutes) est donc égale à 1/6 de la durée du trajet pour le second véhicule (on parle ici du trajet du point A au point de rencontre).

Le second véhicule roule donc 24 min avant la rencontre, qui a donc lieu à 9 h 24min.

Soit t la durée en minutes du trajet du premier véhicule (de son départ à la rencontre). On a alors :

$$\frac{75}{60}t = \frac{90}{60}(t - 4)$$

$$75t = 90(t - 4)$$

$$75t = 90t - 360 \quad \text{L'heure de la rencontre est donc 9 h 24 min.}$$

$$15t = 360$$

$$t = 24$$

Le premier véhicule parcourt 15 km en 12 min.

Le second véhicule parcourt 15 km en 10 min.

Si le premier véhicule roule 12 min, le deuxième met 2 min de moins pour faire la même distance,

si le premier véhicule roule 24 min, le deuxième met donc 4 min de moins pour faire la même distance, ce qui est exactement l'écart constaté dans le problème. L'heure de la rencontre est donc 9 h 24 min.