

**Corrigé (non officiel) de la partie mathématique de l'épreuve de mathématique et sciences.
CRPE session 2013, groupement académique 3, 28 septembre 2012**

Les parties en italique sont soit des commentaires soit des méthodes alternatives.
Le texte obtenu en supprimant les italiques est supposé rapporter la totalité des points.

Exercice 1

L'affirmation 1 est fausse.

Un prisme droit à base triangulaire a 5 faces 9 arêtes, ce qui contredit l'affirmation 1.

L'affirmation 2 est vraie.

Les triangles ABC et ABD ont le côté [AB] en commun, choisissons le comme base.
Les droites (AB) et (DC) sont parallèles, par conséquent tous les segments qui leur sont perpendiculaires et qui joignent un point de (AB) à un point de (AC) ont la même longueur.
C'est en particulier le cas des hauteurs relatives à [AB] des deux triangles.
Les deux triangles ont une base commune et des hauteurs de même longueur, leurs aires sont donc égales.

L'affirmation 3 est fausse.

Le volume du pavé initial est égal à $L \times l \times h$

Le volume du pavé modifié est égal à $1,50L \times l \times 2h = 3(L \times l \times h)$

Le volume du pavé droit a donc été multiplié par 3, et non par 4.

L'affirmation 4 est vraie.

La somme des tailles des garçons est $10 \times 174 \text{ cm} = 1740 \text{ cm}$.

La somme des tailles des filles est $14 \times 162 \text{ cm} = 2268 \text{ cm}$.

La taille moyenne des élèves de la classe est obtenue en divisant la somme des tailles par le nombre d'élèves, elle est donc égale à $\frac{2268 + 1740}{14 + 10} \text{ cm}$, soit 167 cm

L'affirmation 5 est vraie.

Appelons n et n+2 les deux nombres pairs consécutifs.

Si n est multiple de 4, comme n+2 est pair, leur produit est multiple de 8.

Si n n'est pas multiple de 4, on a alors $n = 4k + 2$ (k étant un entier), et $n + 2 = 4k + 4 = 4(k + 1)$

n+2 est donc multiple de 4, et son produit par le nombre pair n est donc multiple de 8

Le produit de deux nombres pairs consécutifs est donc toujours multiple de 8 (ou divisible par 8).

Exercice 2

1. La somme des chiffres de 164 330 258 647 est $49 = 5 \times 9 + 4$
 $49 = 5 \times 9 + 4$ donc le reste dans la division euclidienne par 9 de la somme des chiffres du nombre considéré est 4. En application de la propriété P, le reste dans la division euclidienne par 9 de 164 330 258 647 est également 4.

2.

a. $\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$
 $\overline{abcd} = 999a + 99b + 9c + a + b + c + d$
 $\overline{abcd} = 9(111a + 11b + c) + a + b + c + d$

si on pose $k = 111a + 11b + c$, on a bien $\overline{abcd} = a + b + c + d + 9k$

b. Soit r' le reste de la division euclidienne par 9 de $a+b+c+d$, il existe un nombre entier q tel que $a+b+c+d = 9q + r'$

On a alors $\overline{abcd} = a + b + c + d + 9k = 9k + 9q + r' = 9(k + q) + r'$

La dernière écriture obtenue pour \overline{abcd} montre que le reste de la division euclidienne de \overline{abcd} par 9 est r' , c'est à dire que $r = r'$.

3.

a. Un nombre est divisible par 9 si et seulement si son reste dans la division euclidienne par 9 est nul. La propriété suivante est donc une reformulation de la propriété P restreinte au cas où le reste est nul : Un nombre entier naturel est divisible par 9 si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

b. La somme des chiffres de 164 330 258 643 est 45, par conséquent il est divisible par 9. Parmi les diviseurs de 18, le seul qui soit supérieur à 9 est 18 lui même, or 164 330 258 643 n'est pas divisible par 18 puisqu'il est impair, par conséquent, le plus grand diviseur commun de 18 et 164 330 258 643 est 9.

Problème

Partie A

1. Dans le triangle ABC, on a :

$$BC^2 = 600^2 = 360\,000$$

on a également :

$$AB^2 + AC^2 = 480^2 + 360^2 = 230\,400 + 129\,600 = 360\,000$$

On constate que $BC^2 = AB^2 + AC^2$, on en déduit que le triangle ABC est rectangle en A.

2.

a. ABC étant rectangle en A, son aire est égale à $\frac{AB \times AC}{2}$ soit $\frac{480 \times 360}{2}$ ou 86 400 m².

b. La distance du point A à la droite (BC) est la longueur de la hauteur issue de A du triangle ABC. Notons h la mesure de cette longueur, en mètres.

L'aire de ABC, déjà calculée, peut également se calculer par la formule $\frac{BC \times h}{2}$

On a donc :

$$\frac{BC \times h}{2} = 86400 \quad \frac{600 \times h}{2} = 86400 \quad 300h = 86400 \quad h = \frac{86400}{300} = 288$$

La distance du point A à la droite (BC) est de 288 m.

Partie B

1. La distance parcourue par José est de $2 \times (600 + 480 + 360)$ mètres, soit 2880 mètres.

A la vitesse de 8 km/h, on parcourt :

2000 m en un quart d'heure, c'est à dire 15 minutes.

800 m en un dixième d'heure, c'est à dire 6 minutes.

80 m en un centième d'heure, c'est à dire 36 secondes (car 1 h = 3600 s)

On parcourt donc en tout 2880 m en 21 minutes et 36 secondes.

L'auteur du corrigé est parfaitement conscient que cette méthode n'aura pas été choisie par la majorité des candidats. Il l'a adoptée pour rappeler que les méthodes élémentaires ont toute leur place au CRPE... d'autant que ce sont les méthodes que les candidats admis pourront utiliser avec des élèves de cycle 3.

Les autres méthodes sont bien entendu acceptées également.

2.

- a. Pour calculer une vitesse moyenne en mètres par minute, il faut diviser la distance exprimée en mètres par la durée exprimée en minutes.

Une minute vaut 60 secondes donc une seconde vaut $\frac{1}{60}$ min et n secondes valent $\frac{n}{60}$ min .

La formule proposée doit par conséquent être modifiée en $=E1/(C4+D4/60)$

- b. Si on n'écrit pas le signe \$, la référence à la ligne 1 dans «E1» est relative, ce qui signifie que quand on recopie vers le bas, E1 devient successivement E2, E3... or le nombre qui doit être utilisé dans le calcul est toujours le nombre inscrit dans la cellule E1.
Le signe \$ impose au tableur une interprétation absolue : le numéro de la ligne n'est pas modifié dans la copie vers le bas.

Partie C

1.

- a. Le point J est à égal distance des points A B et C. Il existe donc un cercle de centre J passant par les sommets A, B et C.

Or, pour tout triangle, il existe un unique cercle passant par ses trois sommets (appelé cercle circonscrit). Son centre est l'intersection des médiatrices du triangle. Dans le cas particulier du triangle rectangle, celui ci est situé au milieu de l'hypoténuse.

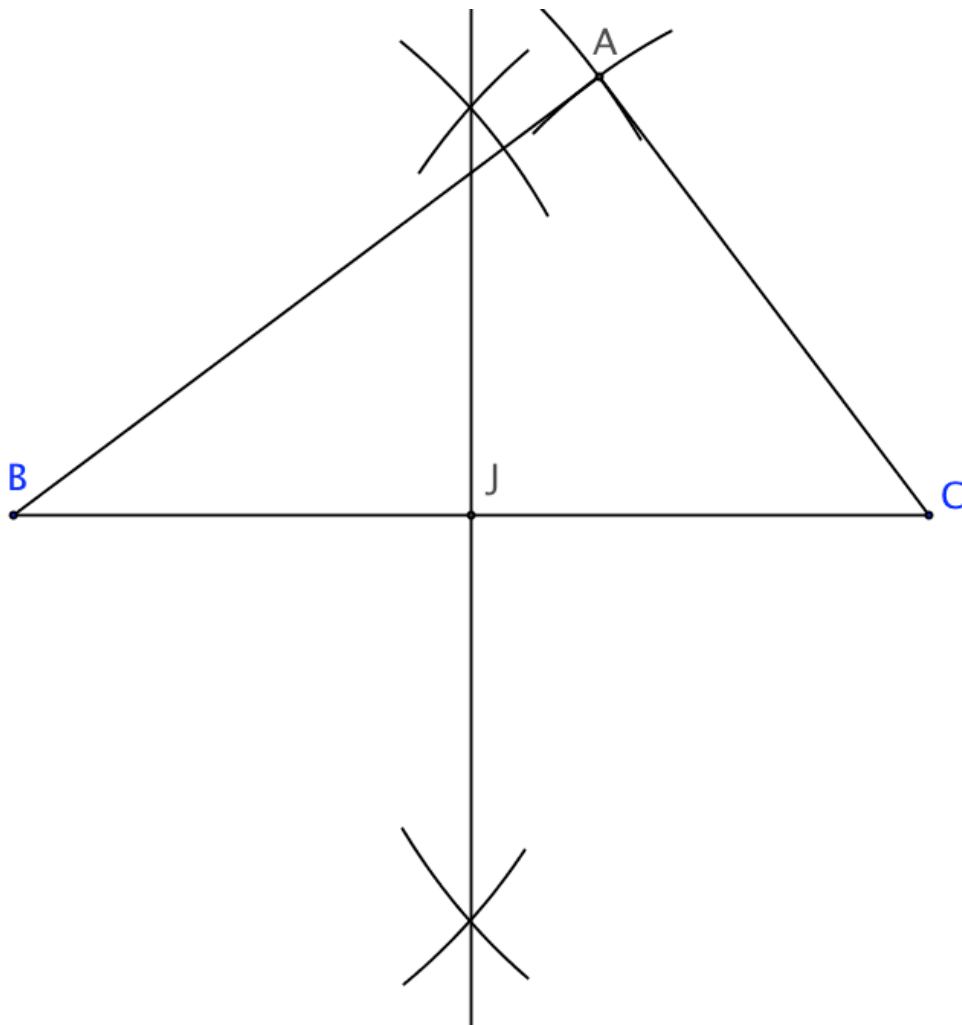
J est donc le milieu de [BC].

- b. [AB] mesure 480 000 mm sur le terrain, il mesurera donc $\frac{480\,000}{5\,000}$ mm soit 96 mm sur le dessin.

[AC] mesure 360 000 mm sur le terrain, il mesurera donc $\frac{360\,000}{5\,000}$ mm soit 72 mm sur le dessin.

[BC] mesure 600 000 mm sur le terrain, il mesurera donc $\frac{600\,000}{5\,000}$ mm soit 120 mm sur le dessin.

Remarque : le dessin qui n'est pas complété dans les questions suivantes car ce n'est pas exigé : c'est une possibilité offerte aux candidats pour leur éviter d'avoir à faire deux figures, une au brouillon et une sur leur copie.



2. Dans le triangle ABC, J est le milieu de [BC] et I le milieu de [AC], donc $(IJ) \parallel (AB)$, ce qu'on peut aussi écrire $(IJ) \parallel (AK)$ puisque K est sur (AB).
 Dans le triangle ABC, J est le milieu de [BC] et K le milieu de [AB], donc $(KJ) \parallel (AC)$, ce qu'on peut aussi écrire $(KJ) \parallel (AI)$ puisque I est sur (AC).

Le quadrilatère AKJI a ses côtés opposés parallèles deux à deux, c'est donc un parallélogramme. De plus, son angle de sommet A est droit, c'est donc un rectangle.

3. Dans le triangle ABC, K le milieu de [AB] et I est le milieu de [AC], donc $(KI) \parallel (BC)$
 Dans le triangle ABH, la droite (KI) passe par le milieu de [AB] et est parallèle au côté [BH], elle passe donc par le milieu du côté [AH].
 Par ailleurs, (BC) est perpendiculaire à (AH) et (KI) est parallèle à (BC), donc (KI) est perpendiculaire à (AH).
 (KI) est perpendiculaire à [AH] et passe par son milieu, c'est donc la médiatrice de [AH].
 Il en résulte que tout point de (KI), est équidistant de A et H.
 C'est en particulier vrai pour les points situés sur le segment [KI].