Proposition de corrigé de l'épreuve blanche de mathématiques du 9 décembre 2006

Exercice 1

Première solution

Soit n un entier ayant les restes voulus dans les divisions euclidiennes par 2, 3, 4 et 5.
n + 1 est un multiple de 2, de 3, de 4 et de 5.
La plus petite valeur possible de n + 1 est donc le plus petit commun multiple (ppcm) de 2, 3, 4 et 5, qui est égal à 60.
La plus petite valeur possible de n est donc 59.

Deuxième solution

Puisque le nombre cherché a pour reste 4 dans la division par 5, son chiffre des unités est 4 ou 9.
Le nombre a pour reste 1 dans la division par 2, il est donc impair, par conséquent son chiffre des unités est 9.
Le tableau suivant indique les restes dans les divisions par 3 et 4 des premiers entiers se terminant par un 9, il montre que le nombre cherché est 59.

Nombre	Reste dans la division par 3	Reste dans la division par 4
9	0	1
19	1	3
29	2	1
39	0	3
49	1	1
59	2	3

Question complémentaire

a) S'il s'agit de chercher un seul nombre l'exercice est très complexe et hors de portée de la grande majorité des élèves de CM1. Il ne permet donc pas de savoir si les élèves ont compris le sens de la division (ce que suggère son titre) et n'est pas pertinent dans l'évaluation.

S'il s'agit de plusieurs questions indépendantes, elles sont mal choisies pour évaluer la compréhension du sens de la division. En effet, les divisions auxquelles il faut penser sont du type « 4 divisé par 5 a pour quotient 0 et pour reste 4 ».
Les situations correspondantes, qu'il s'agisse de la recherche du nombre de parts ou de la valeur d'une part n'ont aucun intérêt, et ne nécessitent pas de faire intervenir la division euclidienne :
« 5 pirates se partagent quatre pierres, quelle est la part de chaque pirate ? »
Il est probable que certains élèves ne réussiront pas à répondre à la question uniquement parce qu'ils n'envisageront pas qu'un quotient puisse valoir zéro. Cela ne permet pas d'affirmer qu'ils n'ont pas compris le sens de la division.
Cette interprétation de l'exercice n'est donc pas pertinente dans l'évaluation, d'autant que, même si la première question était pertinente, les autres, trop semblables, n'ajouteraient rien.

Le mot remédiation induit que l'erreur commise devrait être évitée au niveau considéré. Ne pas réussir un problème aussi complexe que la première interprétation ne suppose aucune remédiation.
Une remédiation n'est pas indiquée non plus dans la deuxième interprétation car l'exercice porte sur une situation marginale, non significative de la compréhension du sens de la division.
Dans les deux interprétations, rien ne permet d'affirmer que si un élève ne réussit pas l'exercice c'est parce qu'il ne sait pas traduire une division euclidienne sous forme d'une écriture en ligne.

Enfin, en supposant que la cause de la difficulté soit bien celle là, dire qu'il faut revenir à l'écriture $a = b \times q + r$ s'apparente plus à une lapalissade qu'à une piste de travail : il va de soit que si cette question n'est pas comprise il faut y revenir, mais comment ?

b) On peut, par exemple, proposer :

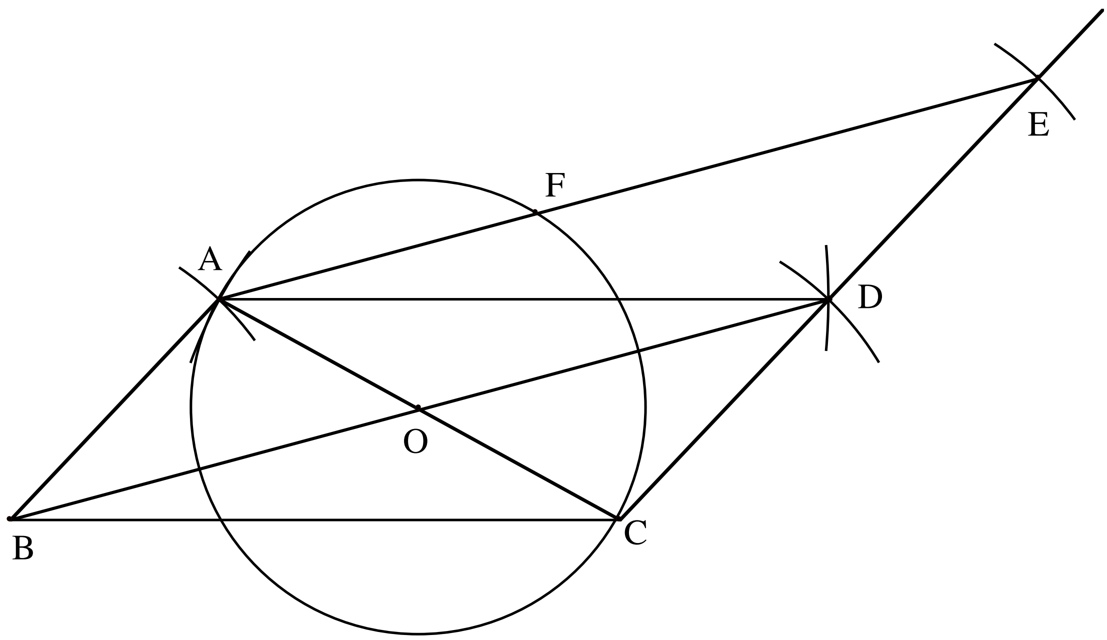
$$
\begin{array}{r|l}
1235 & \;6 \\
-1200 & \;200 \\
\hline
35 & \quad 5 \\
-\ 30 & \;205 \\
\hline
5 &
\end{array}
$$

c) L'exercice 7 ne permet pas d'évaluer la capacité des élèves à additionner ou soustraire les décimaux. En effet, un élève peut fort bien placer le signe correct sans pour autant savoir effectuer les opérations indiquées.
Il peut aussi effectuer les opérations correctement mais inverser les signes > et < .

Les deux exemples ci-dessous illustrent la possibilité de réponses exactes sans que l'élève ne sache additionner ou soustraire des décimaux :

- Considérons un élève qui commet l'erreur courante consistant à additionner ou soustraire les parties décimales comme s'il s'agissait de deux nombres entiers.
  Il est possible que cet élève trouve 5,26 et 5 pour la première question or 5,26 > 5.
  Cet élève complètera donc probablement la première ligne par un signe « > » .
  Sa réponse sera donc exacte puisque les calculs corrects conduisent à 5,35 > 5,27 alors que les deux opérations sont fausses.
- Dans la deuxième question, un élève peut facilement voir que le nombre de gauche est plus grand que 7 et le nombre de droite plus petit que 7 et conclure correctement sans pour autant savoir effectuer les opérations correspondantes.

Exercice 2



b) ABCD est un parallélogramme, ses diagonales ont donc le même milieu, par conséquent la droite (BD) passe par le milieu de [AC].
E est le symétrique de C par rapport à D, donc D est le milieu de [EC].
Dans le triangle ACE, la droite (BD) passe par les milieux des côtés [AC] et [EC], donc elle est parallèle au troisième côté. On a donc bien (BD) // (AE).

c) Le point F est situé sur le cercle de diamètre [AC], donc le triangle AFC est rectangle en F.
Il en résulte que la droite (FC) est perpendiculaire à (AF) (qui n'est autre que la droite (AE)).
(FC) est perpendiculaire à (AE), et (BD) est parallèle à (AE), donc (FC) est perpendiculaire à (BD).

d) Dans le triangle AFC, la droite (BD) passe par le milieu de [AC] et elle est parallèle à (AF) : elle passe donc par le milieu de [FC].
(BD) est perpendiculaire à (FC) et passe par le milieu de [FC], c'est donc la médiatrice de [FC].
Le point B est situé sur la médiatrice de [FC], on a donc BF = BC, ce qui établit que le triangle BFC est isocèle en B.

Exercice 3

Première solution
Supposons que le client remplace dans son achat les 8 CD de type A par 8 CD de type B.
Le montant de son achat diminuera alors de 8 x 3,5 = 28 €.
Le prix de 15 CD de type B est donc 175 – 28 = 147 €.
On en déduit qu'un CD de type B coûte 147 : 15 = 9,80 €.
Un CD de type A coûte donc 9,8 + 3,5 = 13,30 €.

Deuxième solution
Soit a le prix en Euro d'un CD de type A, b celui d'un CD de type B.
Le problème se ramène au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} a = 3{,}5 + b \\ 8a + 7b = 175 \end{cases}$$

En remplaçant a par 3,5 + b dans la seconde équation, on obtient :

$8(3{,}5 + b) + 7b = 175$
$28 + 8b + 7b = 175$
$28 + 15b = 175$
$15b = 147$
$b = \dfrac{147}{15} = 9{,}8$
donc $a = 9{,}8 + 3{,}5 = 13{,}3$

Le prix d'un CD de type A est donc 13,30 €, celui d'un CD de type B est 9,80 €.

Question complémentaire

Production de Anne.

Erreurs : L'unique erreur est le résultat de la multiplication de 8 par 2. En considérant le reste de la production, il s'agit probablement d'une erreur d'étourderie (8 + 2 à la place de 8 x 2).

Réussites : Le problème est compris puisque les opérations effectuées sont toutes pertinentes (même si elles ne nécessitaient pas toutes d'être posées). De plus, la rédaction de la réponse indique une interprétation correcte de la division euclidienne.

Production de Léo.

Erreurs : Léo se trompe en calculant la somme disponible. Le nombre 42 qu'il utilise est peut-être obtenu en oubliant de prendre en compte le fait qu'il y a 8 pièces de 2 € (20 + 4 x 5 + 2 = 42).

Il perd pendant un temps le sens du problème en effectuant 42 x 9, c'est à dire qu'il utilise le nombre d'Euro disponibles comme s'il s'agissait d'un nombre de CD.

Réussites : Les opérations posées sont toutes correctes.

Peut-être intrigué par le fait que le quotient de la division est égal au nombre 42 qu'il a utilisé pour commencer ses calculs posés, Léo sait rectifier son erreur et pose une nouvelle division, conforme cette fois au sens du problème posé.

Il rédige une réponse cohérente avec le résultat de son calcul.

Production de Cécile.

Erreurs : Aucune erreur ne subsiste dans la production finale. Les ratures dans le 56 de « Il a 56 € » et dans la rédaction de la réponse sont difficiles à interpréter.

Réussites : Les calculs sont conformes au sens du problème et exacts. La réponse donnée est correcte.

Remarques : on peut s'interroger sur l'intérêt de l'addition posée pour trouver le prix de 6 CD. En effet, poser cette addition suppose qu'on a déjà déterminé le nombre de 9 à additionner, c'est à dire qu'on a résolu le problème. Il s'agit alors simplement d'une vérification. Il est aussi possible que les sommes partielles soient calculées mentalement, au fur et à mesure : 9 + 9 = 18, 18 + 9 = 27 et que le processus soit interrompu quand la somme approche de 56.

Pourquoi Cécile n'a-t-elle utilisé ni division ni multiplication ?

Il se peut qu'elle ne soit pas, ou ne se sente pas, sûre dans l'utilisation de ces opérations, mais il est également possible qu'elle n'en ait pas vu la nécessité à cause de la simplicité des nombres en jeu.

Il serait intéressant de demander à Cécile de déterminer le nombre de CD à 9 € que l'on peut acheter avec 321 € par exemple.

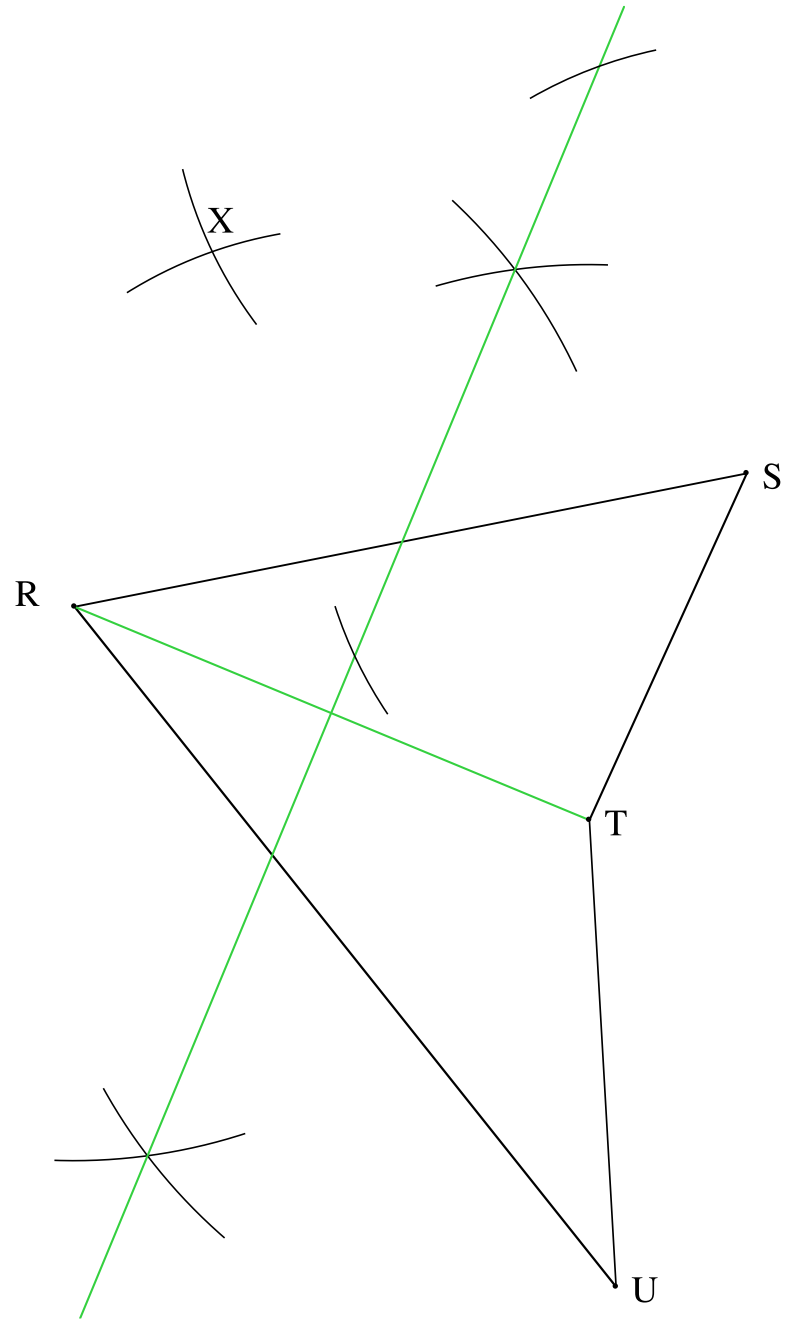
Production de Francis.

Erreurs : Plusieurs opérations sont fausses : 4 x 5 = 25 dans la détermination de la somme disponible, 7 x 9 = 64 (ou bien 8 x 9 = 74, puis 7 x 9 = 62) dans la détermination du prix de 7 CD.

L'interprétation des résultats de ses calculs n'est pas correcte : le résultat trouvé pour 7 x 9 étant proche de 61, Francis considère qu'il est possible d'acheter 7 CD. Or, malgré les ratures, aucun nombre inférieur à 61 n'est lisible comme résultat de l'opération 7 x 9. Francis a probablement considéré à cette étape que le 7 x 9 valait 62 et a donné comme reste la différence entre la somme disponible et le prix des 7 CD, sans tenir compte du fait que la somme était insuffisante.

Réussites : La détermination de la somme totale est correcte, et la méthode de recherche du nombre de CD est pertinente (recherche du nombre de fois 9 s'approchant de 61), même si l'interprétation du résultat est erronée.

Exercice 4



Dans la symétrie par rapport à la médiatrice de [RT] :

Le point R a pour symétrique T,
Le point T a pour symétrique R,
Le point S a pour symétrique X.

Il en résulte que les triangles RTS et TRX sont symétriques, ils ont donc la même aire.
Le quadrilatère RSTU s'obtient en juxtaposant les triangles RTS et RUT.
Le quadrilatère RXTU s'obtient en juxtaposant les triangles TRX et RUT.
RTS et TRX ayant la même aire, il en est de même pour les quadrilatères RSTU et RXTU.

Les segments [RS] et [TX] sont symétriques par rapport à la médiatrice de [RT], on a donc RS = TX.
On a de même TS = RX.

On a donc RS + ST + TU + UR = TX + XR + TU + UR = RX + XT + TU + UR.
Les deux quadrilatères ont donc le même périmètre.