IUFM des Pays de la Loire, site de Nantes.
Préparation au CRPE
Corrigé de l'épreuve blanche de mathématiques du 4 février 2006

Exercice 1

a) Les wagons du premier train mesurent chacun 160 : 10 = 16 m. Les wagons du deuxième train mesurent chacun 246 : 15 = 16,4 m. Les wagons du deuxième train sont donc plus longs.
b) Si on prend comme unité de longueur le dm, les wagons mesurent respectivement 160 et 164 dm. La longueur commune des deux trains est donc un multiple commun de ces deux nombres.
$160 = 2^5 \times 5$ $164 = 2^2 \times 41$ Le plus petit multiple commun de ces deux nombres est donc $2^5 \times 5 \times 41$ soit 6560. La plus petite longueur commune pour les deux trains est de 6560 dm soit 656 m.
c) 160 et 164 sont des multiples de 4. Les longueurs des deux trains (en dm) sont donc également des multiples de 4, ainsi que leur différence qui ne peut donc pas être égale à 30 dm.

Questions complémentaires :

a) Un wagon du premier train mesure 10 m car 16 x 10 = 160 (on s'appuie seulement sur les propriétés de la numération décimale, il n'est pas nécessaire de savoir poser la division).
Si le deuxième train était fait avec les mêmes wagons, il mesurerait 15 x 16 = 240 m.
Comme en réalité il mesure plus de 240 m, c'est que ses wagons sont plus longs.

Si on met bout à bout 3 trains identiques au premier, on obtient un train de 30 wagons qui mesure 3 x 160 = 480 m.
Si on met bout à bout 2 trains identiques au second, on obtient un train de 30 wagons qui mesure 2 x 246 = 492 m.
Les wagons du premier train sont donc plus courts.

10 wagons du premier train mesurent 240 m, alors 5 wagons mesurent 80 m, et 15 wagons mesurent 3 x 80 = 240 m, les wagons du premier train sont donc plus courts.

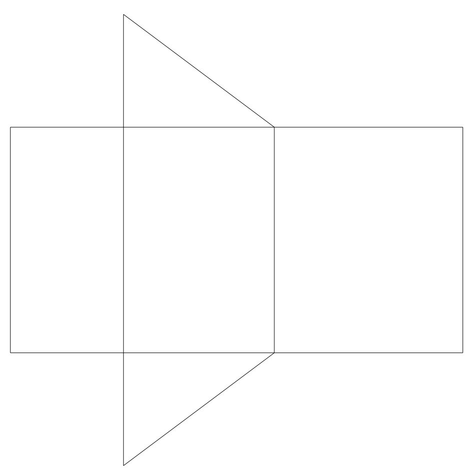
b) Première remarque : tu ne tiens pas compte du reste 6 dans la division par 15.
Cette remarque peut avantageusement être présentée sous forme de question : « que signifie le 6 que tu as écrit à la fin de la division ? » ou d'injonction : « calcule la longueur d'un train de 15 wagons de 16 mètres chacun ».

Deuxième remarque : Une de tes divisions ne tombe « pas juste », il y a un reste, peut-être que ce serait plus facile si tu utilisais des longueurs en dm, ou en cm.

Troisième remarque : Tu n'as pas vraiment besoin de poser la première division pour savoir que 160 c'est 16 dizaines ou 16 x 10.

Exercice 2

Le patron dessiné ci-contre est un des patrons possibles du prisme décrit, à l'échelle 1/2 (Celui demandé aux candidats devait être réalisé en vraie grandeur).



L'aire de la base triangulaire du prisme est (3 x 4) / 2 = 6 cm^2
Le volume du prisme est donc égal à 6 x 6 = 36 cm^3.

Soit h la hauteur du prisme.
L'aire totale des trois faces latérales est 12 h
On a donc 12 h + 2 x 6 = 66, d'où 12 h = 54, et h = 4,5
La hauteur du prisme mesure donc 4,5 cm.

Exercice 3

a) Le nombre qui s'écrit $\overline{235}$ en base 6 est égal à 2 x 6^2 + 3 x 6 + 5, soit 95.

b) $6^2 = 36$, $6^3 = 216$ on en déduit que l'écriture en base 6 de 148 est comprise entre $\overline{100}$ et $\overline{1000}$ en effectuant la division euclidienne de 149 par 36, on trouve que 148 = 4 x 36 + 5, il en découle que 149 s'écrit $\overline{405}$ en base 6.

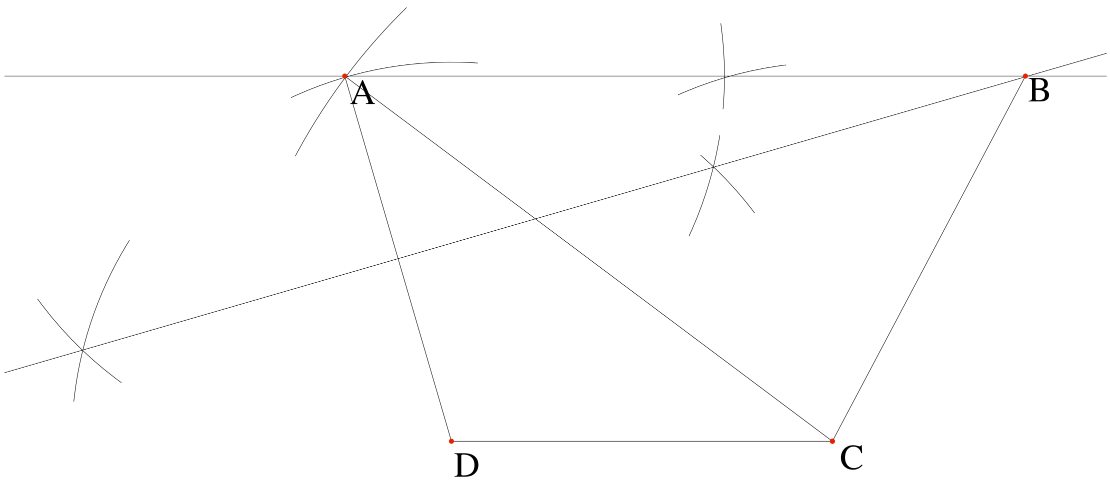
c) Les multiples de 6 sont les nombres dont l'écriture en base 6 se termine par le chiffre 0.
En effet, le dernier chiffre de l'écriture en base 6 d'un nombre est égal au reste de la division euclidienne de ce nombre par 6. Ce reste est égal à 0 si et seulement si le nombre est un multiple de 6.

d) Soit n un multiple de 3, il est égal à 3k, k étant un entier.
distinguons deux cas :
Si k est pair, alors le nombre est multiple de 6, son écriture en base 6 se termine par 0
Si k est impair, posons k = 2k' + 1 on a alors n = (2k' + 1) x 3 = 6 k' + 3. comme l'écriture en base 6 de 6k' se termine par 0, celle de n se termine par 3.
Conclusion : les multiples de 3 sont les nombres dont l'écriture en base 6 se termine par 0 ou 3.

Exercice 4

Les arcs de cercles figurant sur votre construction ne sont pas nécessairement les mêmes que sur ce corrigé, cependant on doit voir clairement :

- Deux arcs de cercle permettant de justifier le placement de l'un des trois points de ACD.
- Les arcs permettant le tracé de la médiatrice de [AD].
- Les arcs permettant le tracé de la parallèle à (DC) passant par A.



Sur la deuxième figure, doivent figurer notamment :

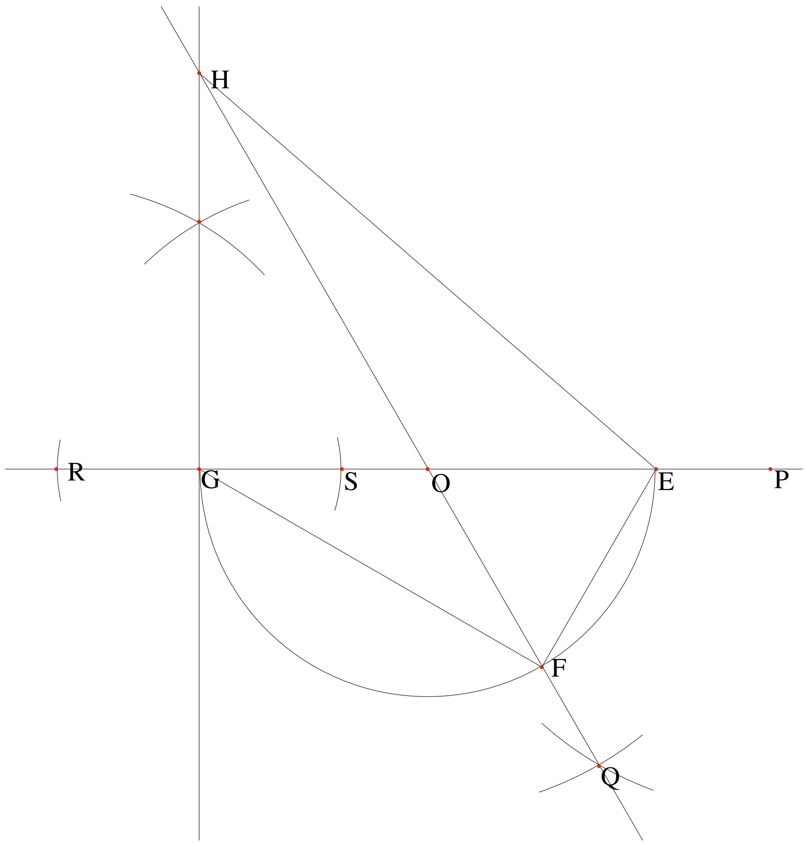
- Le tracé au compas du triangle équilatéral permettant d'assurer que l'on a un angle de 60°
- Une partie du cercle de diamètre [GE], permettant d'assurer que l'angle EFG est droit.
- Les arcs permettant de tracer la perpendiculaire à (EG) en G.

Les points R et S peuvent être placés à la règle graduée.

Des constructions exactes et plus économiques en arcs de cercles sont possibles :

- si on choisit un triangle équilatéral de 3 cm de côté, on obtient directement F.
- Si le point S est choisi confondu avec O, on obtient H immédiatement.

Elles ne sont pas meilleures pour autant, car il est plus difficile pour le lecteur de vérifier qu'elles respectent toutes les contraintes demandées



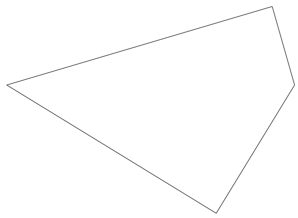
Questions complémentaires.

a) La consigne interdit de préciser le type du quadrilatère dont il s'agit car sinon, pour les quadrilatères particulier de l'échantillon (rectangle, carré, parallélogramme, losange, voire trapèze isocèle) une reconnaissance globale suffirait, l'élève ne serait pas poussé à s'interroger sur les propriétés de la figure pour rédiger sa description.

b) La mesure de longueur est ce qui vient le plus facilement à l'esprit des élèves pour décrire des figures. Si on l'autorise, la plupart des figures pourront être reconnues à l'aide uniquement des mesures de leurs côtés (ça ne permet cependant pas de distinguer A de B).
Il suffirait de dire que la figure a quatre côtés de 3,5 cm pour faire reconnaître le carré C.
Cette consigne, comme la précédente, est donc nécessaire pour que les élèves soient obligés de prendre en compte plusieurs propriétés des figures étudiées.

c) Sans la figure H, la propriété « quatre côtés égaux » suffirait à reconnaître la figure C, ce qui induit le théorème faux suivant : « un quadrilatère ayant quatre côtés égaux est un carré ». C'est la présence de H qui oblige les élèves à chercher une propriété que possède le carré et que ne possèdent pas les autres losanges.

d) La figure ayant deux angles droits mais pas de côtés parallèles est la figure I.
C'est également le cas de la figure J ci-contre que l'on peut distinguer de I en rajoutant :
Ses diagonales ne sont pas perpendiculaires.
ou bien :
Elle n'a pas de côtés égaux.



e) Le maître ne doit pas valider cette description car même en acceptant d'interpréter « deux côtés parallèles » comme « deux côtés parallèles seulement », elle ne permet pas de distinguer F de G.