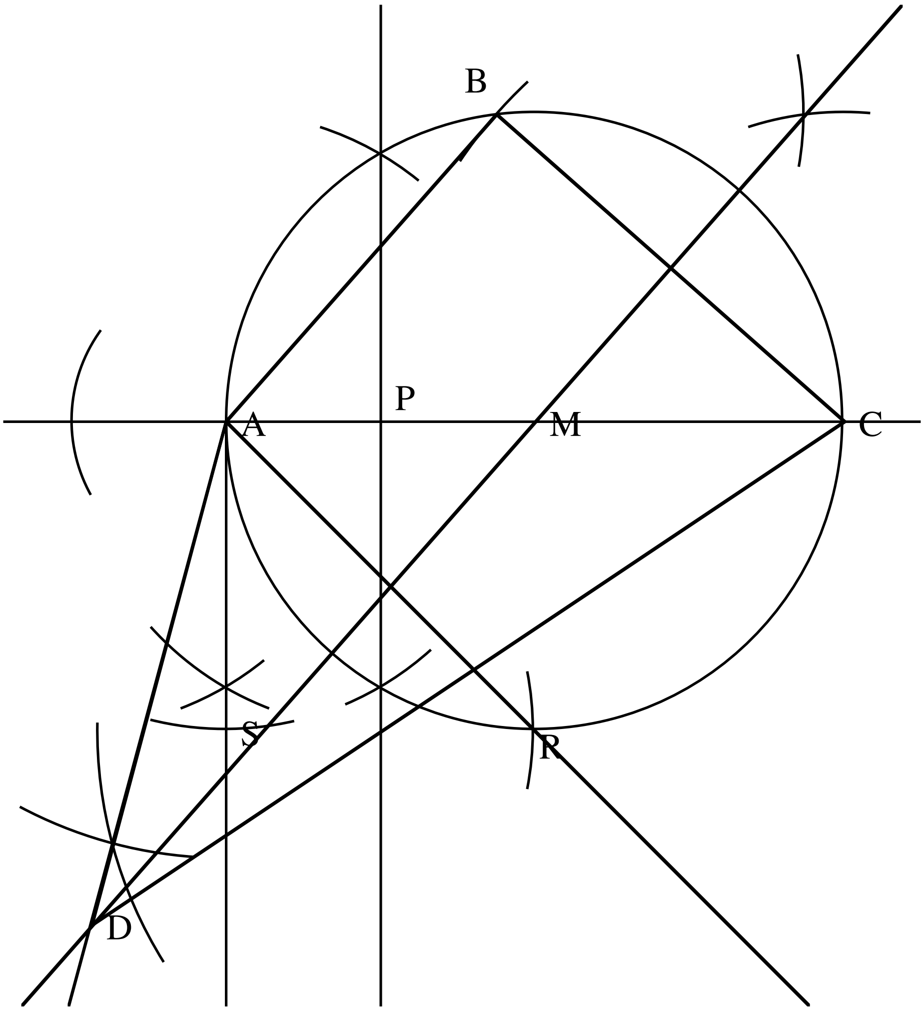
**Corrigé de l'épreuve blanche de mathématique du 3 février 2007**

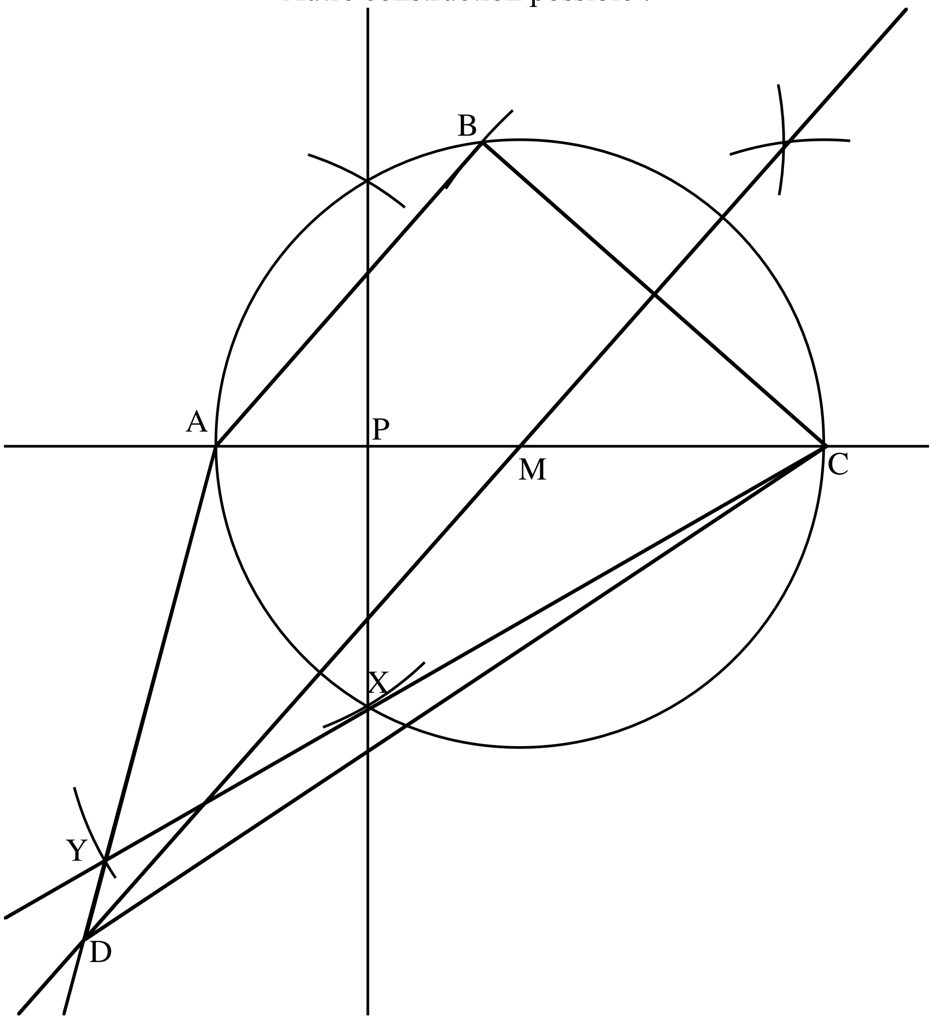
# Exercice 1




Programme de la construction :

- Construire le milieu P de [AM].
- Tracer le cercle de diamètre [AC] et le cercle de centre C passant par P.
- Placer B à l'une des intersections de ces deux cercles.
- Construire la perpendiculaire à (AC) passant par A et un point S sur cette droite dans le demi plan limité par (AC) ne contenant pas B. *(Sur la figure du corrigé, on a choisi S tel que AM = AS).*
- Construire la bissectrice de l'angle $\widehat{MAS}$ , et y placer un point R, situé dans le demi-plan de frontière (AB) qui contient C. *Sur la figure du corrigé R est le point ayant servi à construire la bissectrice, il est sur le cercle de diamètre [AC].*
- Construire le triangle équilatéral ART, Dans le demi-plan limité par (AR) ne contenant pas M.
- Construire la médiatrice de [BC]
- Le point D est l'intersection de cette médiatrice et de (AT).
- Tracer le quadrilatère ABCD.

Autre construction possible :




Dans cette version, l’angle de 105° est obtenu à l’aide du triangle équilatéral AXM et du triangle isocèle rectangle XAY.

**Question complémentaire.**

1. Pour terminer l’agrandissement, l’élève peut remarquer que les points A, I et C du modèle sont alignés, et qu’il doit donc en être de même dans l’agrandissement. Il peut alors :
    - Tracer la demi-droite [CI).
    - Tracer la perpendiculaire à (CD) passant par D, puis placer A à l’intersection de cette demi-droite et de [CI).
    - Tracer la demi-droite [CJ).
    - Tracer la perpendiculaire à (CJ) passant par A et placer B à l’intersection de [CJ) et de sa perpendiculaire.

*Une autre procédure peut utiliser le fait que, sur la figure modèle, la longueur BC est triple de la longueur JC (4,5 cm contre 1,5 cm). Les valeurs numériques ne favorisent pas cette remarque mais un élève qui, dans sa phase d’observation de la figure modèle, prend l’initiative de placer le milieu de [BJ], peut constater qu’il a ce faisant partagé le segment [BC] en trois parties de même longueur. La procédure de construction est alors la suivante :*

- *Placer B sur [CJ) tel que CB = 7,5 cm*
- *Construire la perpendiculaire à (CD) passant par D et la perpendiculaire à (BC) par B.*
- *Placer A à l’intersection des deux droites tracées à l’étape précédente.*
- *Tracer le segment [AI].*

2. Le choix de ces longueurs constitue une variable didactique. En effet, si elles étaient choisies pour que leur rapport soit un entier facilement identifiable (par exemple 6 cm sur le modèle et 12 cm sur l'agrandissement, ou bien 5 cm sur le modèle et 15 cm sur l'agrandissement) on pourrait compléter la figure sans remarquer l'alignement des points A I et C ni le rapport de longueur interne à la figure CB = 3 CJ. Il suffirait de respecter les angles droits et d'utiliser le fait que les dimensions sur la figure à construire sont 2 ou trois fois plus grandes que sur le modèle.

3. Première méthode :

Reproduire à l'aide d'un gabarit d'angle (papier calque par exemple) l'angle $D\hat{C}A$ puis placer I sur le côté nouvellement tracé de cet angle en traçant la perpendiculaire à (CJ) passant par J.

Deuxième méthode :

Remarquer que sur la figure modèle (ou sur le premier agrandissement, ce qui est plus facile) la longueur DC est le triple de KC. En déduire qu'il en est de même sur la figure à tracer.
Calculer la longueur KC, c'est 12 cm et 6 mm divisé par trois, c'est à dire 4 cm et 2 mm, et utiliser cette longueur pour placer K.
Terminer la construction du rectangle CKIJ en traçant deux perpendiculaires.

*Troisième méthode.*

*Remarquer que sur le modèle on a BC = 3 JC, en déduire qu'il en est de même sur l'agrandissement et calculer la longueur CB (10,5 cm).*
*Placer B sur [CJ] puis terminer la construction du rectangle ABCD.*
*Tracer la diagonale [AC].*
*Tracer la perpendiculaire à (BC) passant par J, elle coupe [AC] en I.*

## Exercice 2

1. (Une seule des trois explications proposées ci-dessous suffit)

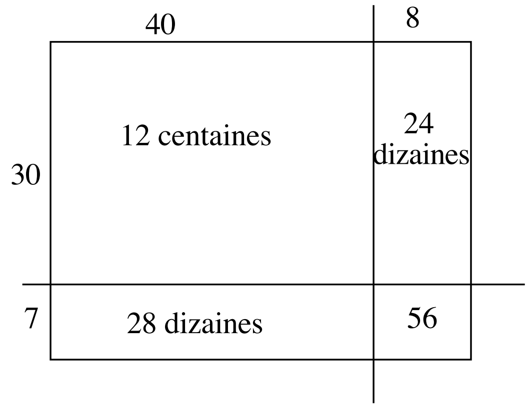
$$\begin{aligned} 37 \times 48 &= (3 \times 10 + 7) \times (4 \times 10 + 8) \\ &= 12 \times 100 + 28 \times 10 + 24 \times 10 + 56 \\ &= 1200 + 280 + 240 + 56 \end{aligned}$$

Dans la technique proposée, on retrouve les quatre termes de la somme ci-dessus, à ceci près que seuls leurs chiffres significatifs sont écrits. Les zéros sont remplacés par un décalage d'un ou deux rangs vers la gauche.

*La technique proposée ne diffère de la technique usuelle que par le fait qu'elle est un peu plus détaillée. Dans la technique usuelle, on écrit directement 296 comme produit de 37 par 8, et 148 comme produit de 37 par 4 (ou si l'on préfère 1480 comme produit de 37 par 40).*
*On peut remarquer que si ces deux produits étaient calculés sous forme de multiplication posée comme ci-dessous, on retrouverait chacun des quatre termes de la technique étudiée.*

$$\begin{array}{ccc} & & 8 \\ \times & 3 & 7 \\ \hline & 5 & 6 \\ 2 & 4 & \\ \hline 2 & 9 & 6 \end{array}$$

*37 x 48 est égal au nombre de carreaux d'une grille rectangulaire comportant 37 carreaux dans le sens de la largeur et 48 en longueur. Pour calculer le nombre de carreaux dans la grille, on peut la découper en 4 morceaux de la façon suivante :*




*Le nombre de carreaux dans la grille est égal à la somme des nombres dans chacun des morceaux, c'est exactement ce qu'on calcule par la technique étudiée.*

2.

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & 3 & 2 & 4 \\
 & & \times & 7 & 5 & 8 \\
\cline{4-6}
 & & & & 3 & 2 \\
 & & & 1 & 6 & \\
 & & 2 & 4 & & \\
 & & & 2 & 0 & \\
 & & 1 & 0 & & \\
 & 1 & 5 & & & \\
 & & 2 & 8 & & \\
 & 1 & 4 & & & \\
2 & 1 & & & & \\
\hline
2 & 4 & 5 & 5 & 9 & 2
\end{array}$$

3. Pour calculer le produit de deux décimaux non entiers, on calcule le produit des entiers obtenus en ne tenant pas compte de la virgule, puis on place convenablement la virgule.

Toute technique correcte de calcul du produit de deux entiers peut donc être réutilisée pour calculer le produit de deux décimaux.

Exemple : $3,4 \times 1,05 = \frac{34}{10} \times \frac{105}{100} = \frac{34 \times 105}{1000}$. Il suffit de calculer le produit de 34 par 105 (quelle que soit la technique utilisée) puis de placer la virgule de manière à diviser ce produit par 1000.

## Question complémentaire

1. La technique de la multiplication posée en colonne n'est pas un objectif du cycle 2, il est donc normal que les élèves n'en disposent pas en début de CE2. De plus, pour un produit de deux nombres d'un seul chiffre, le fait de poser la multiplication n'aide en rien à déterminer le produit.

2. Comme indiqué à la question précédente, l'écriture d'une multiplication de deux nombres à un seul chiffre n'aide pas à en déterminer le résultat. Celui-ci doit être connu ou déterminé par une autre méthode (addition réitérée, dessin et comptage, reconstitution à partir d'un résultat connu du type « 6 x 8 c'est 5 fois 8 et encore 8, c'est 40 plus 8, c'est 48 »).
   La mémorisation des tables de multiplications autres que celles de 2 et de 5 n'est pas visée au cycle 2, il est donc normal qu'en début de CE2 un élève détermine le résultat par le dessin même s'il a reconnu une situation de multiplication.

3. L'élève qui répond 33 fait un schéma qui représente bien la situation, et des calculs pour la plupart exacts et pertinents (4+4=8 ; 8+4 = 12 ; 21+12=33). Seul le nombre 21 proposé comme valeur pour 8 + 8 est erroné. Il n'y a donc pas d'inquiétude ni d'intervention particulière à avoir, l'élève pourrait probablement se corriger lui même si on lui en donnait l'occasion.

L'élève qui répond 11 s'est contenté de faire une opération avec les deux nombres disponibles dans l'énoncé du problème. Le maître devra donc être attentif pour savoir si c'est là son attitude habituelle face à un problème, et le cas échéant tout mettre en œuvre pour l'amener à prendre le temps de comprendre la situation avant d'entreprendre un calcul.

4. a) L'intérêt mathématique de cette remarque est qu'elle débouche directement sur la commutativité de la multiplication. Puisque 5+5+5+5 et 4+4+4+4+4 sont égaux, il n'y a pas lieu de distinguer « quatre fois cinq » de « cinq fois quatre », on peut donc écrire indifféremment 5x4 ou 4x5 puisque ces deux écritures désignent la même quantité.
   b) On peut faire constater que si on dispose de 7 groupes de 5 objets chacun, en disposant chaque groupe de 5 objets en colonne et en plaçant les colonnes côte à côte, on obtient une disposition en rectangle dans laquelle les objets peuvent être dénombrés aussi bien colonne par colonne que ligne par ligne sans que cela modifie le résultat.

## Exercice 3

7 points ne peuvent être obtenus que de la façon suivante : 3 + 3 + 1, L'équipe A compte donc deux victoires et un match nul.
3 points peuvent être obtenus comme résultat de 3 + 0 + 0, ou 1 + 1 + 1. L'équipe B a donc une victoire et deux défaites ou bien trois matchs nuls.
L'équipe C ayant marqué un seul point, elle compte donc un match nul et deux défaites.
Nous allons distinguer trois cas, suivant l'équipe contre laquelle C a fait match nul.

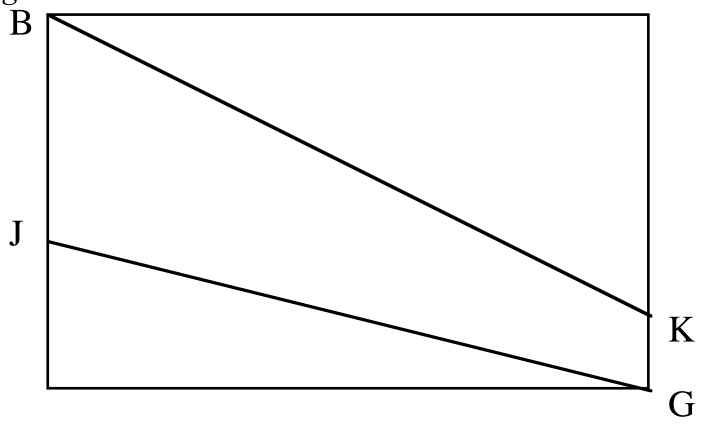
<u>Premier cas : match nul entre A et C.</u>
On en déduit que D a perdu contre A (qui compte deux victoires et un nul).
Par ailleurs C a perdu contre D et contre B.
Les trois points de B sont donc dus à sa victoire contre C, donc B a perdu contre D
Dans ce cas, D compte deux victoires et une défaite, il a 6 points.
<u>Deuxième cas : match nul entre B et C</u>.
C a alors perdu contre D
Par ailleurs B a fait trois matchs nuls, il a en particulier fait match nul contre D.
B a fait également match nul contre A. Comme A compte deux victoires, A a donc battu D.
Dans ce cas, D compte une victoire un match nul et une défaite, il a 4 points.

<u>Troisième cas : match nul entre C et D.</u>
C a alors perdu contre B, on en déduit que B a perdu contre D et contre A
C a également perdu contre A, A ayant une victoire contre B et une contre C a donc fait match nul contre D.
Dans ce cas, D compte une victoire et deux matchs nuls et a 5 points.

## Exercice 4

Le volume du pavé complet est 4 x 5 x 8= 160 $cm^3$
HL = 1, donc DL = 4. L'aire du triangle rectangle ADL est donc égale à (4 x 8) : 2 = 16 $cm^2$
Le volume du prisme droit ABCDLK est donc égal à 16 x 4 = 64 $cm^3$
On calcule de même le volume du prisme EFGHIJ qui est égal à [(2 x 8 ) : 2] x 4 = 32 $cm^3$
Le volume du prisme ALHIBKGJ est donc 160 – 64 – 32 = 64 $cm^3$.

*Le dessin en vraie grandeur de la base BKGJ est facile si on dessine d'abord la face BCGF du pavé, qui est un rectangle.*




Patron du prisme ALHIBKGJ à l'échelle ½ :