IUFM des Pays de la Loire, site de Nantes.
Préparation au CRPE
Corrigé de l'épreuve blanche de mathématiques du 6 février 2009

Exercice 1 *(3 points)*

100000	377	
-754	265	Le quotient de la division de 100 000 par 377 est 265, le reste est 95.
2460		
-2262		
1980		
-1885		
95		

On déduit de l'opération posée ci-dessus l'égalité ci-dessous, puis toutes celles qui suivent.

$$100\,000 = 377 \times 265 + 95$$

$$300\,000 = 3 \times (377 \times 265 + 95)$$
$$300\,000 = 1131 \times 265 + 285$$
$$300\,000 = 1132 \times 265 + 20$$

Le quotient de la division euclidienne de 300000 par 265 est 1132, son reste est 20.

$$100\,000 = 377 \times 265 + 95$$
$$100\,000 = 376 \times 265 + 265 + 95$$
$$100\,000 = 376 \times 265 + 360$$

Le quotient de la division euclidienne de 100 000 par 376 est 265, son reste est 360.

$$37\,800\,000 = 37\,700\,000 + 100\,000$$
$$37\,800\,000 = 377 \times 100\,000 + 377 \times 265 + 95$$
$$37\,800\,000 = 377 \times 100\,265 + 95$$

Le quotient de la division euclidienne de 37 800 000 par 377 est 100 265, son reste est 95.

$$100\,000 = 377 \times 265 + 95$$
$$100\,000 = 377 \times 264 + 377 + 95$$
$$100\,000 = 377 \times 264 + 472$$
$$50\,000 = 377 \times 132 + 236$$

Le quotient de la division euclidienne de 50 000 par 377 est 132, son reste est 236.

Questions complémentaires *(5 points)*

a) Le mot « fois» dans l'usage quotidien « j'ai joué 7 fois » évoque la réitération d'une action.
Gagner 7 fois 3 billes, c'est gagner 3 billes puis gagner à nouveau trois billes et ainsi de suite.
L'usage quotidien de « fois » correspond bien à l'idée d'addition réitérée par laquelle on introduit généralement la multiplication. Le signe « $\times$ » code alors une situation déjà connue qui lui donne son sens.
L'expression « 7 multiplié par 3 » n'appartient pas au lexique quotidien et ne facilite pas l'évocation de l'addition réitérée.

b) Dans l'illustration principale, il y a 3 rondes de 7 élèves, le nombre d'élèves se traduit donc par l'addition 7 + 7 + 7 qui peut être oralisée « 3 fois 7 » et non « 7 fois 3 ».
L'écriture multiplicative proposée pour traduire la situation est $7 \times 3 = 21$ ce qui est incompatible avec l'oralisation « 3 fois 7 » (*sauf à imposer une lecture de droite à gauche de la multiplication ce qui paraît particulièrement arbitraire*).

c) Le choix des nombres n'est pas judicieux, en effet il existe une seule multiplication dans laquelle figure le nombre 32…elle sera facilement associée à 32 + 32 + 32 + 32 + 32, sans que l'élève n'ait besoin de comprendre le rôle du nombre 5. Il en est de même pour tous les autres nombres figurant dans les additions réitérées.

Il n'est pas justifié de reprocher les grandes valeurs choisies pour certaines sommes et produits car il s'agit simplement d'un travail de traduction de l'écriture additive vers l'écriture multiplicative ou réciproquement, les sommes ou les produits ne sont pas à calculer.

d) En travaillant seulement sur l'oralisation, on peut dire :
Deux fois 6 unités, c'est 12 unités.
12 unités c'est une dizaine et 2 unités.
J'écris le 2 dans la colonne des unités, et je garde la dizaine dans ma tête pour la compter ensuite avec les autres dizaines…
Ce qui est plus explicite que « J'écris 2. Je retiens une dizaine ».

En situation, il serait nécessaire d'insister sur le fait que 36 c'est 3 dizaines et 6 unités, alors deux fois 36 c'est deux fois 3 dizaines et 2 fois 6 unités. Cependant, le sujet permet explicitement de ne travailler que sur l'oralisation de la technique du manuel, on peut considérer que l'emploi de cette technique implique que ce point a déjà été explicité par ailleurs.

On peut aussi modifier la technique de l'opération posée comme indiqué ci-contre.
On multiplie alors les unités et les dizaines de façon indépendante, le problème de la retenue ne se pose qu'au moment de l'addition.
L'addition posée a nécessairement été travaillée avant la multiplication posée.

$$\begin{array}{rrr} & d & u \\ & 3 & 6 \\ \times & & 2 \\ \hline & 1 & 2 \\ + & 6 & 0 \\ \hline & 7 & 2 \end{array}$$

e) Première différence : les nombres utilisés conduisent à des opérations beaucoup plus simples dans le problème du document A (multiplication par 2 appartenant au répertoire mémorisé ou sans retenue) que dans celui du document B.

Deuxième différence : le problème du document B est plus complexe, il nécessite de combiner plusieurs opérations contre une seule dans le document A.

Ces deux premières différences peuvent se justifier par le moment dans l'année auquel les problèmes sont proposés (probablement plus tard pour le problème du document B).

Troisième différence : les problèmes du document A n'en sont pas vraiment étant donné qu'il est indiqué à l'élève qu'il doit faire une multiplication, il n'a plus qu'à choisir les nombres. Dans le document B l'élève doit faire preuve d'initiative, et plusieurs procédures sont envisageables (en utilisant uniquement des additions ou en utilisant des multiplications). *De ce point de vue, seul le document B propose réellement un problème.*

f) Ce problème a tout-à-fait sa place en CE1. Bien qu'il relève de la division, il ne nécessite pas de savoir poser une division. L'évocation du répertoire multiplicatif (ou des additions successives) suffit à le résoudre. Il est nécessaire que les élèves aient rencontré des problèmes ou l'on cherche un « nombre de fois » comme ici, ou bien la valeur d'une part dans un partage, avant d'étudier la division. Cette nouvelle opération, quand elle sera enseignée, apparaîtra alors comme un outil permettant de résoudre plus efficacement des problèmes déjà rencontrés.

Exercice 2 *(3 points)*

Un très grand nombre de programmes de constructions corrects, éventuellement très éloignés de ceux qui sont proposés ici peuvent être envisagés.

Première version :
Soit O l'intersection des diagonales du rectangle.
Construire le symétrique de O par rapport à (AB), il s'agit du point R.

Tracer le cercle de centre C et passant par R, il coupe la demi-droite [CB) en S.
En effet le triangle ayant pour sommets C,R et le milieu N de [DC] est rectangle en N, ses côtés de l'angle droit mesurent 3 cm et 4 cm, donc son hypoténuse mesure 5 cm.

Deuxième version :
Construire le milieu M de [AB] et le milieu N de [DC].
Construire le point N', symétrique de N par rapport à M.
Construire R, milieu de [MN'].

Construire le milieu P de [AD] puis le point S, symétrique de P par rapport à R.

Question complémentaire *(3 points)*

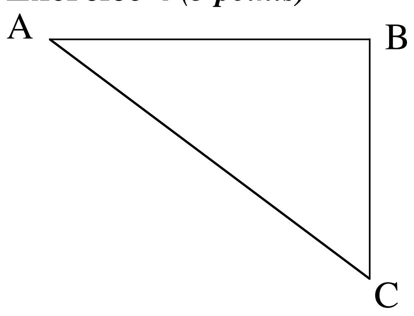
	Erreurs	Réussites
Points communs	Tous les élèves semblent accorder de l'importance à l'orientation de la figure. Cela se traduit pour Anne et Léo par l'utilisation d'un vocabulaire spatial non approprié (en haut, à droite). Pour Cécile, cette conception n'est pas certaine mais néanmoins probable, la lettre B ayant de fortes chances de désigner le sommet situé en haut et à droite sur le dessin fourni.	Les mesures sont prises correctement, le carré et le cercle sont reconnus et nommés correctement.
Anne	On ne sait pas si 2 cm est la mesure du rayon ou du diamètre du cercle. Des informations non pertinentes sont fournies (le cercle passe dans le carré).	La position du centre du cercle sur un sommt du carré est indiquée.
Léo	La position du centre du cercle n'est pas précisée. Des informations non pertinentes sont fournies (le cercle passe dans le carré).	La liste des outils nécessaires, bien qu'elle ne soit pas nécessaire, témoigne d'une bonne anticipation. Utilisation correcte des termes côté et rayon.
Cécile	Utilisation du mot diamètre pour rayon (la précision « en partant du point » semble montrer que Cécile a un doute sur le terme qu'elle utilise).	Les lettres sont correctement utilisées pour préciser la position du centre. Il n'est pas possible de savoir si la disposition des points A B C et D par Cécile est conforme à la convention, mais ça n'a pas de conséquence ici.

Exercice 3 *(3 points)*

La machine A fabrique 1200 bonbons en 4 minutes donc 300 bonbons par minute ou 5 par seconde.
La machine B fabrique 1200 bonbons en 5 minutes donc 240 bonbons par minute ou 4 par seconde.
Si on fait fonctionner simultanément les deux machines, elles fabriquent 9 bonbons par seconde.
Pour fabriquer 9000 bonbons, il leur faut donc 1000 secondes.

$1000 = 16 \times 60 + 40$.
La durée nécessaire est donc de 16 minutes et 40 secondes.

Exercice 4 ***(3 points)***

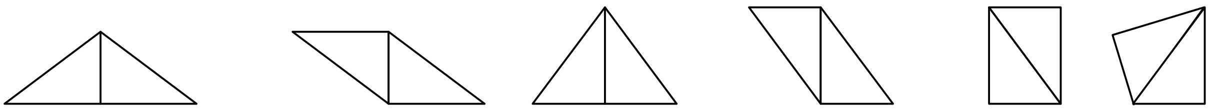


Nommons comme sur l'exemple ci-dessus les sommets du premier triangle, et A' B' C' les sommets analogues du deuxième triangle.

Les assemblages possibles sont les suivants :

A avec A' et B avec B'	A avec B' et B avec A'
A avec A' et C avec C'	A avec C' et C avec A'
B avec B' et C avec C'	B avec C' et C avec B'

On constate que les six figures ainsi obtenues sont différentes.



Le périmètre de la figure obtenue en assemblant 3 triangles est égal à la somme des mesures des 9 côtés diminuée des 4 côtés utilisés pour faire les assemblages, qui ne sont donc pas situés sur le tour du polygone obtenu.

Il y a trois cas possibles :

Un assemblage utilise des côtés de 3 cm et un autre des côté de 4 cm, le périmètre est alors égal à $36 - 14 = 22$ cm.

Un assemblage utilise des côtés de 3 cm et un autre des côté de 5 cm, le périmètre est alors égal à $36 - 16 = 20$ cm.

Un assemblage utilise des côtés de 4 cm et un autre des côté de 5 cm, le périmètre est alors égal à $36 - 18 = 18$ cm.

Il n'est pas possible d'avoir deux assemblages utilisant des côtés d'une même mesure car cela nécessiterait l'utilisation de 4 côtés de même longueur, dont on ne dispose pas.

Conclusion : le périmètre de la figure obtenue peut être égal à 18 cm, 20 cm, ou 22 cm.

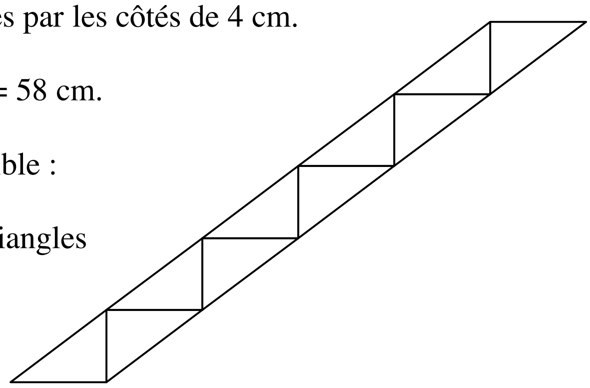
Pour assembler 10 triangles, 9 assemblages au moins sont nécessaires. On n'étudiera que ce cas car pour obtenir un grand périmètre, il faut placer le plus possible de côtés de triangles sur le tour du polygone.

Pour que le périmètre soit le plus grand possible, on privilégie les assemblages utilisant des côtés de 3 cm (on peut en faire 5) et on utilise ensuite des assemblages par les côtés de 4 cm.

Le périmètre obtenu est alors égal à :

$10\times(3 + 4 + 5) - 5\times(3 + 3) - 4 \times (4 + 4) = 120 - 30 - 32 = 58$ cm.

Le schéma ci-contre montre qu'un tel assemblage est possible :



Le plus grand périmètre possible d'un assemblage de 10 triangles selon les règles proposées est donc de 58 cm.