Partie mathématique

Exercice 1
Le plus grand des trois côtés du triangle rectangle est l'hypoténuse.

Si on note x la longueur du plus petit côté, les autres côtés mesurent alors $x+1$ et $x+2$, et on a, d'après le théorème de Pythagore, $x^2+(x+1)^2 = (x+2)^2$

Si on note x la longueur d l'hypoténuse, les autres côtés mesurent alors x-1 et x-2, et on a, d'après le théorème de Pythagore, $x^2= (x-1)^2 = (x- 2)^2$

Si on note x la longueur du grand côté de l'angle droit, les autres côtés mesurent alors x-1 et $x+1$, et on a, d'après le théorème de Pythagore, $x^2+(x-1)^2 = (x+1)^2$

En développant les deux membres de cette dernière équation, on obtient
$x^2+x^2 - 2x + 1 = x^2 + 2x + 1$ ce qui, après simplification peut s'écrire $x^2 - 4x = O$ puis, en factorisant le membre de gauche, $x (x - 4) = 0$
Le produit de deux nombres est nul quand l'un des deux nombres est nul, l'équation ci-dessus a donc deux solutions, 0 et 4
Il est clair que la solution x=0 ne correspond à aucun triangle, il existe donc un seul triangle répondant aux conditions, celui dont les côtés mesurent 3, 4 et 5. On vérifie facilement qu'il s'agit bien d'un triangle rectangle.

Exercice 2
Raisonnons en faisant des hypothèses sur le chiffre des milliers.
Il ne peut pas valoir 0 car le nombre s'écrirait avec trois chiffres seulement.
S'il vaut 1, alors le chiffre des centaines est 2, celui des dizaines est 5, celui des unités est 7, on obtient le nombre 1257 qui est une solution du problème.
S'il vaut 2 ou plus de 2, alors le chiffre des dizaines est égal ou supérieur à 10, ce qui est impossible.
Il y a donc une seule solution : 1257

Exercice 3
La figure demandée à la question 1a) peut s'obtenir en suivant le programme de construction suivant :

- Tracer un segment [AB] de longueur 2cm
- Tracer la Perpendiculaire à [AB] passant par A.
- Placer sur cette droite au compas un point A' tel que AA' = AB.
- Construire au compas les milieux respectifs de [AB] (nommé I) et [AA'] (nommé J)
- Tracer [IJ]

Le texte de l'exercice comporte un défaut : il ne fait pas mention de la règle graduée, pourtant celle ci est indispensable pour construire le quadrilatère en vraie grandeur.

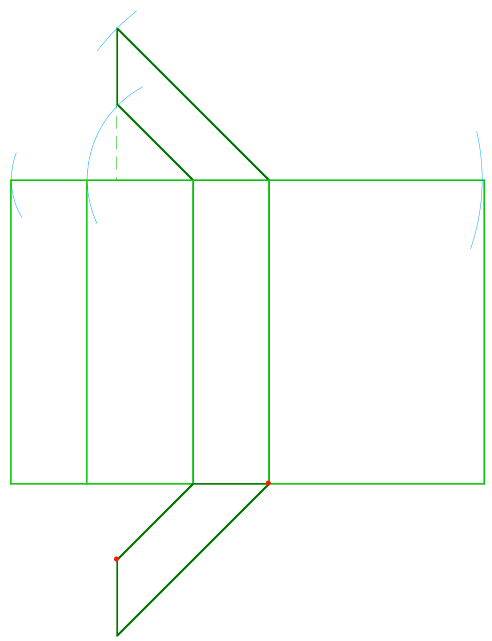
Dans le triangle ABA' le segment [IJ] joint les milieux des côtés [AB] et [AA'], il est donc parallèle à [BA']. Le quadrilatère IJA'B est donc un trapèze. On a de plus IB = JA' = 1, il s'agit donc d'un trapèze isocèle.
Son aire est la différence des aires des triangles rectangles ABA' et AIJ,
elle est donc égale à 2 – 0,5 = 1,5cm^2

Pour la construction précise du patron, il est plus commode de repartir d'une des faces trapèzoïdales.
Cela permet en effet d'avoir les longueurs IJ et A'B et de les reporter au compas.
Les constructions commencées par les faces rectangulaires sont souvent fausses (*même si le point a parfois été attribué car nous avions décidé de valoriser la cohérence du patron plus que la rigueur et la précision de la construction*).

Le calcul de l'aire suppose de calculer les longueurs A'B et IJ à l'aide du théorème de Pythagore. Elles valent respectivement $2\sqrt{2}$ et $\sqrt{2}$ l'aire est alors égale à $11 + 12\sqrt{2}$ cm^2

Il convient de fournir cette réponse (valeur exacte). Il n'est pas interdit de fournir aussi une valeur approchée en plus, à condition de dire clairement qu'il s'agit d'une valeur approchée (la réponse Aire = 27,97cm^2 est fausse).

Le solide étudié a même hauteur que le pavé droit. Le rapport de leurs volumes est donc le même que celui de leurs aires de bases, soit 1,5 / 4 ou 3/8.



Analyse de travaux d'élèves.

L'élève A ne fournit que sa réponse, on ne dispose d'aucune indication sur sa démarche.
Il est probable qu'il a interpreté la question comme portant sur la quantité de beurre, et non sur la quantité de beurre pour une même quantité de gâteau.
Si c'est le cas, son erreur porte sur la compréhension de la consigne (laquelle est très ambiguë) et sa réponse est cohérente avec son interprétation.

L'élève B a compris qu'il fallait comparer les quantité de beurre pour une même quantité de gâteau. Il procède à des comparaisons deux à deux, en se ramenant à la même quantité globale pour deux gâteaux, et non pour les trois à la fois.
Ayant trouvé que le deuxième gâteau est plus riche en beurre que le premier, lequel est plus riche que le troisième, il conclut de façon cohérente.
Cette procédure de comparaison deux à deux ne permet pas forcément de conclure en comparant seulement deux paires, mais il n'est pas possible de savoir ce qu'il aurait fait si les deux comparaisons qu'il a choisi de faire ne lui avaient pas permis de conclure (par exemple si A<B et A<C).
Sa comparaison des gâteaux A et C est correcte (raisonnement : *pour faire un gâteau deux fois plus lourd, il faut deux fois plus de beurre*), par contre, pour les gâteaux A et B, les calculs indiqués dans le tableau peuvent se traduire par « *Pour ajouter 100 g au gâteau B, il faut que j'ajoute 100 g de beurre* ». Il est probable qu'il n'a pas explicité ce raisonnement qui lui aurait éventuellement permis de détecter son erreur.
Son erreur peut provenir d'un usage trop systématique des tableaux et des opérateurs, combiné avec le fait que l'addition de 100 à 400 pour obtenir 500 est la seule relation numérique évidente entre les nombres fournis.

L'élève C ramène les trois gâteaux à une même masse, ce qui permet de conclure dans tous les cas. Il utilise des raisonnement des deux types suivants
Si je veux faire un gâteau 3 fois plus gros, il me faut 3 fois plus de beurre.(trois fois, en multipliant par 2, par 3, et en divisant par 2) ce qui revient à utiliser la linéarité sous son aspect multiplicatif.
Si j'enlève 200 g à mon gâteau, j'enlève le beurre qu'il y a dans ces 200 g de gâteau ce qui revient à utiliser la linéarité sous son aspect additif.

Sa seule erreur est une erreur d'opération (230 comme résultat de 3 x 70).

Second volet

Toutes les questions sont notées sur 0,75, à l'exception de la question 2.1 (sur 0,5)

Math +

1. La page 224 contient des conseils méthodologique sensés aider les élèves lors de leurs activités, alors que les pages 144 et 145 contiennent pour l'essentiel des consignes d'activités que les élèves doivent effectuer. Cependant, le premier et le dernier paragraphe de la colonne « coup de pouce » (page 144) contiennent également des conseils méthodologiques.

2. Seule la dernière consigne : « Cherche d'autres patrons de cube » met l'élève dans une situation de recherche. Parmi les autres tâches qui lui sont demandées, seule la construction du carré à la règle et à l'équerre demande un véritable travail, sans toutefois qu'il puisse être qualifié de recherche à ce niveau de la scolarité.

3. On considère que la face avant du pavé dessiné est en vraie grandeur, seul le rectangle f convient. La face de droite ne peut alors être que le rectangle e, et la face de dessus le rectangle b pour que les arêtes qui s'assemblent aient la même longueur
   Cela entraine que les arêtes fuyantes sont représentées en vraie grandeur, ce qui n'est pas conforme aux règles de la représentation en perspective.

4. La tâche demandée est de pure exécution (reproduis, découpe, colle), Seule la reproduction met en œuvre des compétences mathématiques, mais n'est pas suffisamment complexe pour poser problème à des élèves de ce niveau. La tâche demandée n'est pas succeptible de développer les compétences visées en cycle 3.

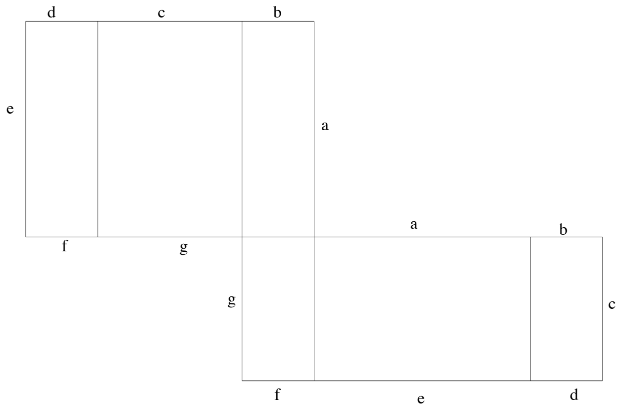
5. la figure fournie ne peut pas être completée pour obtenir le patron d'un pavé.

Place aux maths

1. Le vocabulaire approprié pour décrire les solides est l'emploi des termes « arête » « face » et « sommet ».

2. C'est le maître qui représente les solides obtenus. Le livre du maître est explicite (demander aux élèves, faire verbaliser, faire refermer…) à chaque fois qu'il décrit une tâche que le maître doit demander aux élèves.
L'inconvénient de la représentation par le maître est de ne donner aux élèves qu'un rôle de spectateur, cependant la représentation de certains patrons par les élèves aurait sans doute été trop difficile (en particulier si des pentagones réguliers ont été utilisés !)

3. C'est une variable didactique, en effet la présence du quadrillage permet de se centrer sur les questions pertinentes pour la notion de patron (ne pas oublier de face, déterminer la nature et les dimensions de toutes les faces, disposer correctement les faces pour que les arêtes de même longueur s'assemblent) car les élèves n'ont pas à se préoccuper de la précision du tracé des perpendiculaires et des parallèles.



4.

5. non, dans certains patrons un seul triangle est adjacent au carré.

Question de synthèse

On peut se contenter de présenter aux enfants un pavé modèle dont les arêtes ont pour mesures des nombres entiers de centimètres et leur demander de le fabriquer à l'aide de fiches bristol quadrillées carreaux de 5 mm de côté.

La validation se fait de façon évidente (a-t-on obtenu un pavé ? est-il conforme au modèle ?)

On retrouve dans cette activité toutes les caractéristiques d'une situation problème.