Préparation du CRPE, problèmes du jour, aout 2011 (51 à 60)

Problème 51, tableur

	A	B	C	D
1		1	2	3
2	1			
3	2			
4	3			

Sans modifier les valeurs déjà inscrites dans cette feuille de tableur, on entre la formule **=B1*$A2**
dans la cellule B2 puis on la recopie en tirant vers le bas et vers la droite.
Quelles valeurs s'afficheront alors dans les cellules de la zone encadrée ?

Problème 52, un carré d'aire 26
Sur une feuille de papier quadrillé, l'unité d'aire étant l'aire d'un des carreaux de cette feuille, dessiner un carré dont tous les sommets sont sur les intersections du quadrillage et dont l'aire mesure 26.

Problème 53, combien de nombres ?
Parmi les nombres entiers positifs inférieurs à 1 000, combien y en a-t-il qui ont simultanément un reste égal à 17 dans la division euclidienne par 28 et un reste égal à 12 dans la division euclidienne par 34 ?

Problème 54, prévisions météo
Un office du tourisme effectue ses propres prévisions météorologiques à l'aide de deux dés.
Le premier dé comporte 4 faces marquées «grand soleil» une face «soleil voilé» et une face «nuageux».
Le second dé comporte 3 faces marquées «grand soleil» deux faces «soleil voilé» et une face «nuageux».
Pour effectuer une prévision on lance les deux dés. La prévision est considérée comme fiable si les deux dés donne la même information.
Quelle est la probabilité qu'un lancer conduise à une prévision considérée comme fiable ?

Problème 55, un quadrilatère
Un quadrilatère ayant trois côtés égaux et des diagonales perpendiculaires est-il nécessairement un carré ?
Justifiez.

Problème 56, médiane et moyenne
Dans une classe de 25 élèves, la note médiane a un devoir est 15 sur 20.
Calculer la plus petite valeur possible de la note moyenne a ce même devoir.

Problème 57, un multiple de 47
Le nombre entier A s'écrit avec 5 chiffres, il se termine par 47 et est divisible par 47.
De plus, A est le plus petit nombre ayant ces propriétés.
Déterminer A.

Problème 58, diagonale d'un pavé
Existe-t-il des pavés droits dont toutes les arêtes ainsi que les grandes diagonales (c'est à dire celles qui joignent deux sommets du pavé n'appartenant pas à une même face) mesurent un nombre entier de centimètres ?

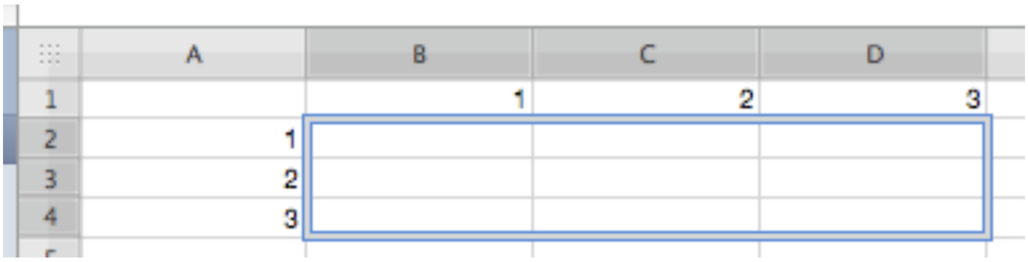
Problème 59, division posée
Poser à la main la division de 73,4 par 12,37.
On poursuivra la division jusqu'à déterminer le quotient au millième près.

Problème 60, superficie de l'Islande

A l'aide de la carte ci-dessus et en effectuant les tracés que vous jugerez nécessaires, calculez une valeur approchée de la superficie de l'Islande.

Indications

Problème 51, tableur
Attention au rôle du $ dans la formule.
Il ne change absolument rien au calcul effectué dans la cellule ou il est écrit, son effet se fait sentir uniquement quand la cellule est recopiée en tirant vers le bas ou la droite.
Il indique que le nombre ou la lettre situés immédiatement derrière le signe $ doit être interprétée de façon absolue et non relative lors de la recopie.
Les exemples ci-dessous précisent ce que cela signifie.



	A	B	C	D
1		1	2	3
2	1			
3	2			
4	3			

=B1*$A2 est inscrit dans la cellule B2

B1 est la cellule située juste au dessus de B2. Comme il n'y a pas de signe $, c'est la position relative c'est à dire «juste au dessus» qui est utilisée dans la recopie. Ainsi, dans la cellule D4, le B1 de la formule initiale sera remplacé par D3, cellule située juste au dessus de D4.

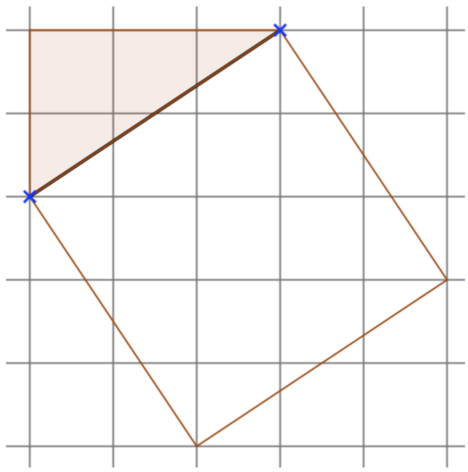
Si la formule de la cellule B2 contenait B1, c'est la position absolue qui serait recopiée, on retrouverait une référence à la cellule B1 dans toutes les cellules où la formule est recopiée. Plus exactement, on retrouvera $B $1 afin que l'effet soit conservé si la nouvelle cellule est elle même recopiée en tirant.

On peut aussi avoir des références mixtes, si par exemple la cellule B2 contient B$1 (le B est relatif, le 1 est absolu) cela sera interprété lors de la recopie comme «dans la même colonne sur la ligne 1». Dans la cellule D4, cela deviendra donc D$1.

$B1 (le B est absolu, le 1 est relatif) sera interprété lors de la recopie comme «une ligne plus haut dans la colonne B». Dans la cellule D4, cela deviendra donc $B3.

Problème 52, un carré d'aire 26

Le théorème de Pythagore appliqué au triangle grisé donne immédiatement l'aire du carré.



Problème 53, combien de nombres ?

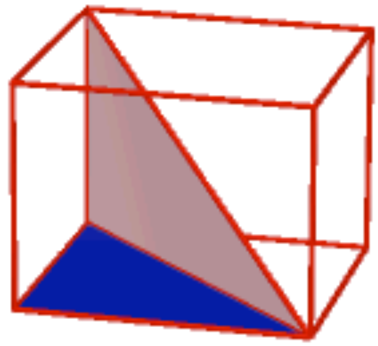
Porter attention au caractère pair ou impair des nombres.

Problème 54, prévisions météo
Etudier de façon exhaustive les cas possibles, par exemple en les représentant par une arborescence ou par un tableau à double entrée.

Problème 56, médiane et moyenne
Pour un groupe de 25 élèves, la médiane est la note du 13ème élève (les notes étant rangées par ordre croissant ou décroissant).

Problème 57, un multiple de 47
Si A est divisible par 47, A - 47 l'est aussi.

Problème 58, diagonale d'un pavé
Les deux triangles grisés sur ce dessin sont rectangles



Problème 59, division posée
$\frac{73,4}{12,37} = \frac{7340}{1237}$ il suffit donc de poser la division 7340 : 1237 pour obtenir le quotient demandé.

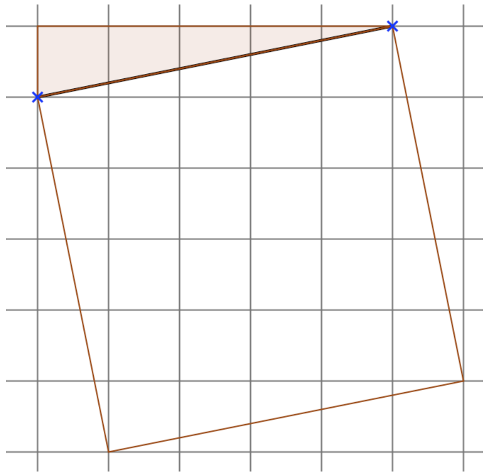
Problème 60, superficie de l'Islande
Comme il n'y a pas d'indications sur la précision demandée, on peut se contenter d'un seul rectangle ayant approximativement la même aire que l'islande.
Bien entendu, on peut utiliser d'autres figures (plusieurs rectangles, des triangles…) mais il est inutile de s'encombrer de complications étant donné que de toute façon le résultat sera très approximatif.

Solutions

Problème 51, tableur

A	B	C	D
	1	2	3
1	1	2	3
2	2	4	6
3	6	12	18

Problème 52, un carré d'aire 26



Problème 53, combien de nombres ?

Un nombre N ayant un reste égal à 17 dans la division euclidienne par 28 est égal à 28 q + 17 ou q est un entier, N est la somme d'un nombre pair et d'un nombre impair, il est impair.

Un nombre N ayant un reste égal à 12 dans la division euclidienne par 34 est égal à 34 p + 12 ou p est un entier, N est la somme de deux nombres pairs, il est pair.

Un nombre entier ne pouvant être à la fois pair et impair, il n'existe aucun entier satisfaisant les deux conditions posées.

Problème 54, prévisions météo

Premier dé

second dé	grand soleil	grand soleil	grand soleil	grand soleil	soleil voilé	nuageux
grand soleil						
grand soleil						
grand soleil						
soleil voilé						
soleil voilé						
nuageux						

Le tableau ci-dessus montre que 15 tirages sur les 36 possibles donnent une prévision considérée comme fiable, la probabilité cherchée est donc de 15/36 soit P 5/12.

Problème 55, un quadrilatère

Un quadrilatère ayant trois côtés égaux et des diagonales perpendiculaires n'est pas nécessairement un carré puisque tous les losanges ont cette propriété.

Problème 56, médiane et moyenne

Dans une classe de 25 élèves, la note médiane a un devoir est 15 sur 20.
Cela indique seulement que si on range les notes par ordre croissant, la 13ème note est 15
La plus petite moyenne possible est obtenue en donnant aux autres notes les plus petites valeurs possibles, soit 0 pour les 12 premières et 12 pour les 12 dernières.

On a alors une moyenne égale à $\frac{13 \times 15}{25}$ soit 7,8.

Problème 57, un multiple de 47

Le nombre entier A s'écrit avec 5 chiffres, il se termine par 47 et est divisible par 47.
De plus, A est le plus petit nombre ayant ces propriétés.

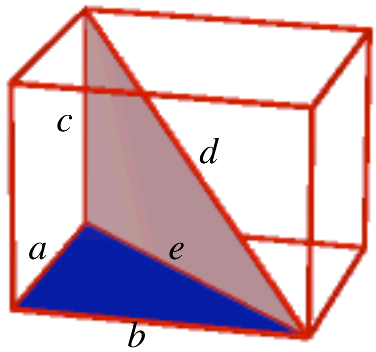
si A est divisible par 47, A - 47 l'est aussi.

A-47 est un multiple de 100 et 47 est premier, donc $\frac{A-47}{100}$ est également multiple de 47.

Le problème revient donc à déterminer le plus petit multiple de 47 s'écrivant avec 3 chiffres, or 2 x 47 = 94 et 3 x 47 = 141.

Le nombre A, plus petit entier de 5 chiffres divisible par 47 et se terminant par 47, est donc égal à 14147

Problème 58, diagonale d'un pavé



En appliquant le théorème de Pythagore aux deux triangles rectangles grisés, on obtient :

$e^2 = a^2 + b^2$ et $d^2 = e^2 + c^2$

On en déduit que $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$

Autrement dit, le carré de la grande diagonale du pavé est la somme des carrés de ses trois dimensions.

Le problème se ramène donc à trouver trois entiers dont la somme des carrés soit elle même le carré d'un entier.

En donnant de petites valeurs à *a*, *b* et *c* pour explorer le problème, on tombe rapidement sur l'égalité $1^2 + 2^2 + 2^2 = 9 = 3^2$

Un pavé de dimensions 1, 2 et 2 a une grande diagonale qui mesure 3.

On remarquera (mais ce n'était pas demandé) que cette solution est loin d'être unique.
On obtient évidemment d'autres solutions en multipliant les dimensions de ce premier pavé par un entier. Par exemple un pavé de dimensions 5, 10 et 10 a une grande diagonale qui mesure 15.
Cette façon de procéder ne fournit pas toutes les solutions.
Par exemple, un pavé de dimensions 3, 4 et 12 a une grande diagonale qui mesure 13.

Problème 59, division posée

Le quotient au millième près par défaut obtenu en posant la division est 5,993.

Problème 60, superficie de l'Islande

Le rectangle (page suivante) a pour dimensions 12 cm et 8,5 cm, son aire est de 102 cm^2.
Le segment figurant en bas de la carte montre que 100 km sont représentés par environ 33 mm.
1 mm représente donc environ 3 km, donc 1 cm représente environ 30 km, et 1 centimètre carré représente environ 900 kilomètres carrés.
On en déduit que la superficie de l'Islande est d'environ 102 x 900 kilomètres carrés, soit un ordre de grandeur de 90 000 km^2.

La superficie réelle de l'Islande étant d'environ 103 000 km^2, on peut se demander d'où provient l'écart qui dépasse tout de même 10%. Après avoir comparé avec d'autres cartes trouvées sur internet, il semble que l'échelle fournie avec cette carte soit en cause.

Raufarhöfn
Sudhureyri
Dalvik
Husavik
Holmavik
Vopnafjördur
Akureyri
Hvammstangi
Djupivogur
Borgarnes
REYKJAVIK
Höfn
© InterCarto
Hella
Vik
OCEAN
ATLANTIQUE
100 km