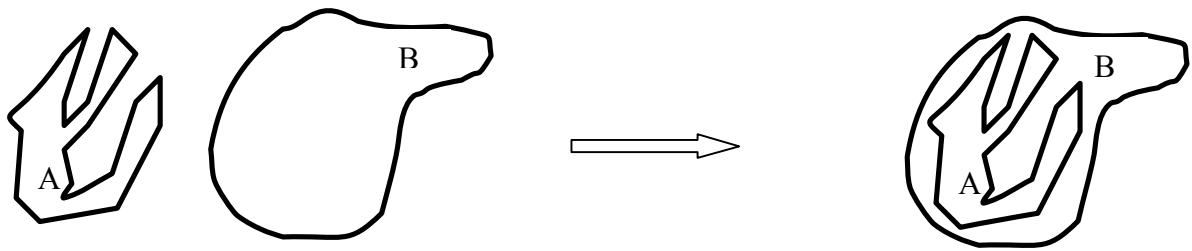
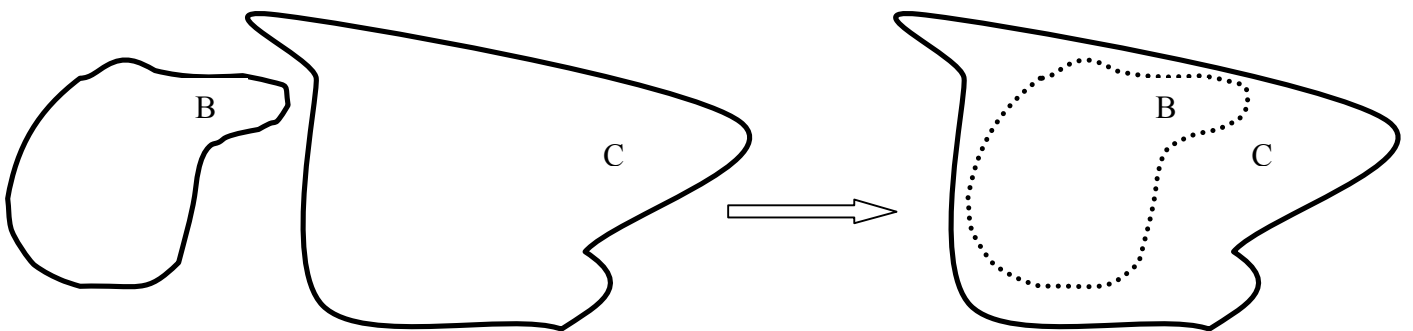


Comment comparer les aires.

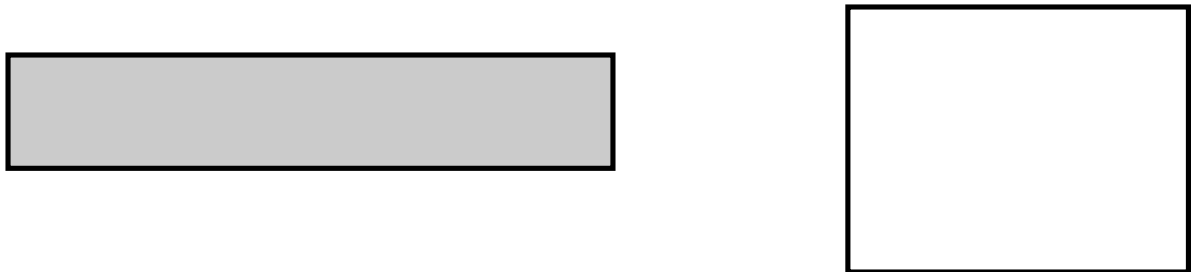
La figure A tient dans la figure B : l'aire de A est plus petite que l'aire de B.



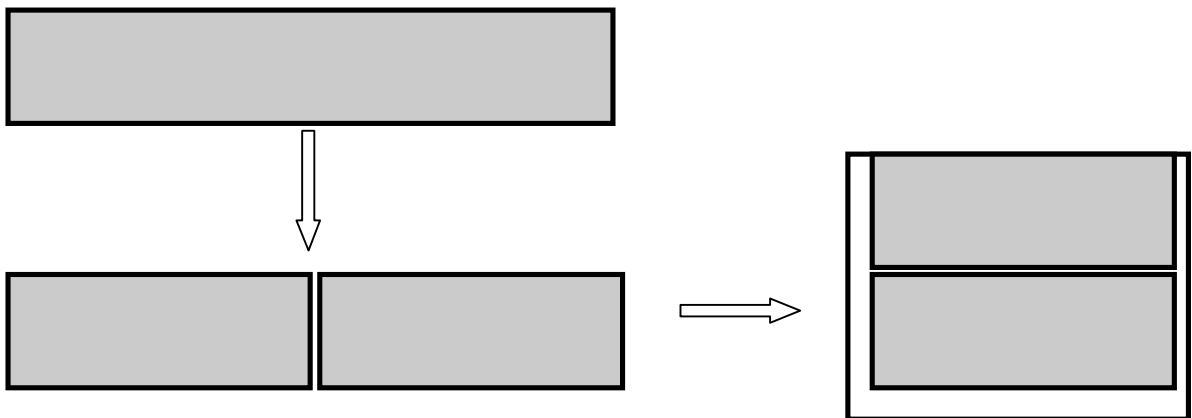
La figure C recouvre la figure B : l'aire de C est plus grande que l'aire de B.



Comment faire quand on ne peut pas recouvrir une figure avec l'autre ?

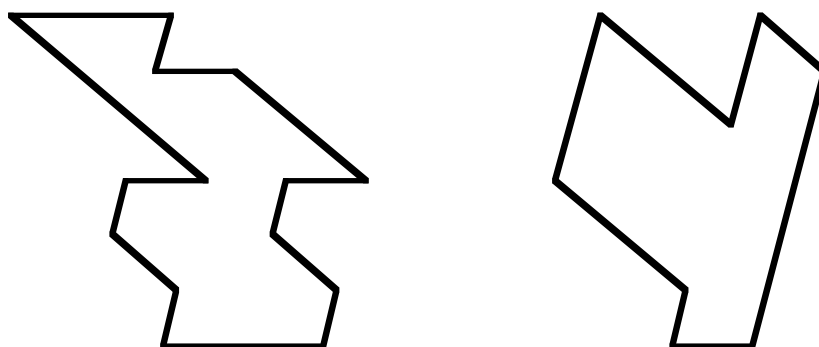


On peut découper une des figures.

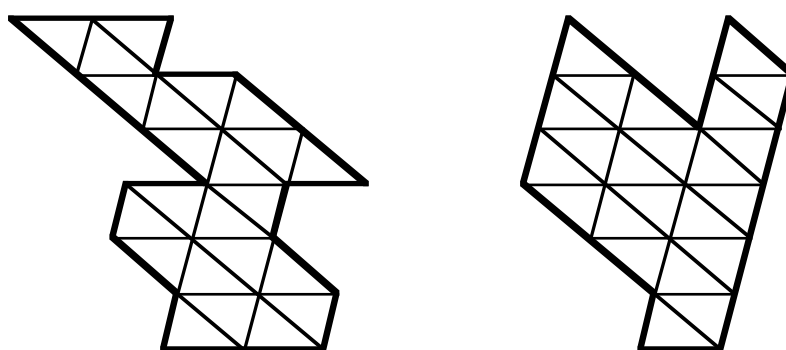



L'aire du rectangle gris est plus petite que l'aire du rectangle blanc.


Comment faire quand le découpage n'est pas facile ?



On peut essayer de recouvrir les deux figures avec des petites figures toutes identiques.

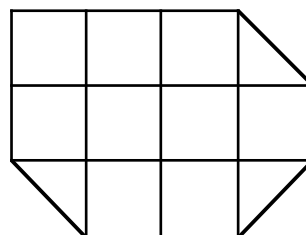
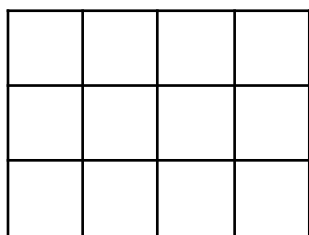


Chaque figure est recouverte avec 23 triangles comme celui-ci  Les deux figures ont la même aire.

Le petit triangle qu'on a utilisé  est l'unité d'aire.
L'aire de chaque figure est de 23 unités.

On utilise souvent comme unité d'aire le centimètre-carré

Voici un centimètre-carré. C'est un carré, ses côtés mesurent un centimètre.



L'aire du rectangle mesure 12 centimètres-carrés.

L'aire de la figure de droite mesure 10 centimètres-carrés et demi.

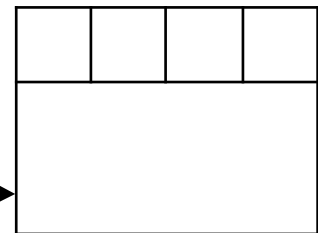
On utilise souvent le centimètre-carré pour mesurer des aires parce que :

- Pour recouvrir des figures, c'est souvent plus facile avec un carré qu'avec un triangle ou une autre figure.
- Le centimètre carré est utilisé partout dans le monde. On se comprend plus facilement si on utilise la même unité. (pour des surfaces plus grandes, on utilise aussi le mètre-carré ou le kilomètre-carré).
- Pour certaines figures, on peut trouver combien il faut de centimètres-carrés pour les recouvrir par un calcul simple, on n'a pas besoin de les compter un à un.

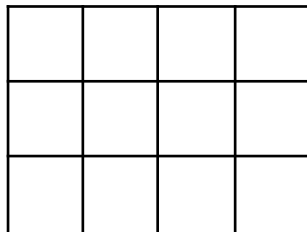
L'aire d'un rectangle peut se calculer facilement.



La longueur de ce rectangle est 4 cm, sa largeur 3 cm.



Je peux faire une rangée de 4 centimètres-carrés. →



← Je peux placer 3 rangées comme celle du dessin précédent.

Le rectangle est recouvert par 3 rangées de 4 centimètres-carrés.

$$3 \times 4 = 12$$

Il y a en tout 12 centimètres-carrés, l'aire du rectangle mesure 12 centimètres-carrés.

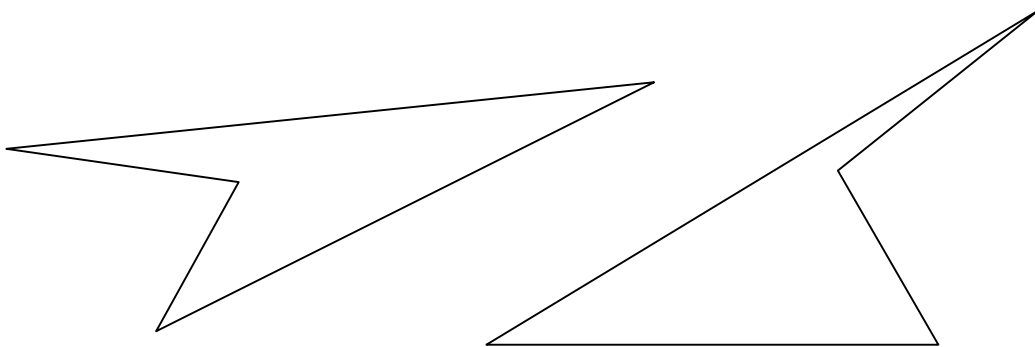
Cette méthode est pratique pour les grands rectangles :

**La longueur du rectangle qui sert de cadre est 17 cm.
Sa largeur est 9 cm.**

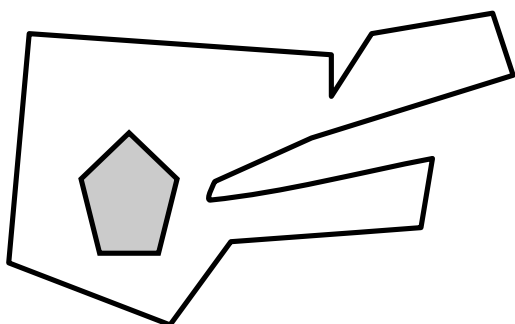
J'imagine que je place sur ce rectangle 9 rangées de 17 centimètres carrés.

L'aire de ce rectangle mesure $9 \times 17 = 153 \text{ cm}^2$.

Une erreur à éviter.

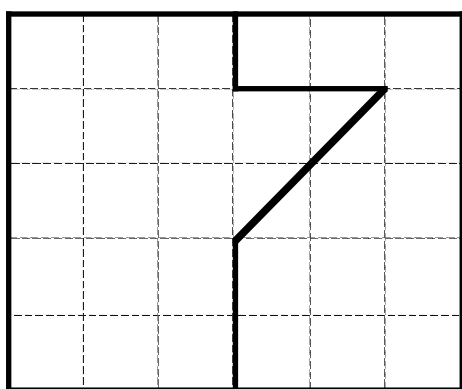
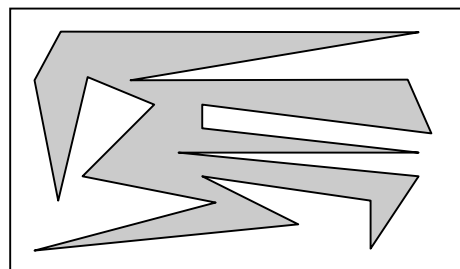


Quand les aires de deux figures sont difficiles à comparer, on a parfois envie de mesurer la longueur du tour (le périmètre)...mais ça ne sert à rien.

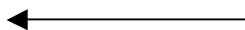


Ici, la figure grise a le plus petit périmètre, elle a aussi la plus petite aire. Ce serait agréable si c'était toujours aussi simple, mais...

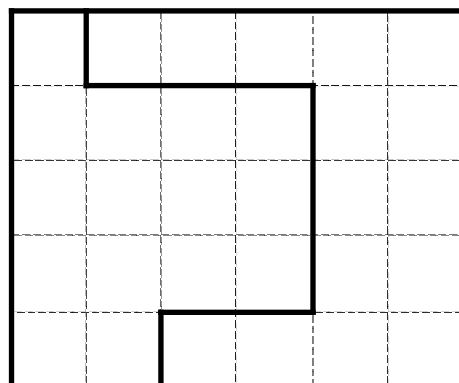
Ici le périmètre de la figure grise est plus grand que celui du rectangle. (on fait plus de chemin en suivant le trait qui fait le tour de la figure grise qu'en faisant le tour du rectangle), pourtant... L'aire de la figure grise est plus petite que celle du rectangle...



Les deux morceaux de ce rectangle ont le même périmètre, mais ils n'ont pas la même aire.



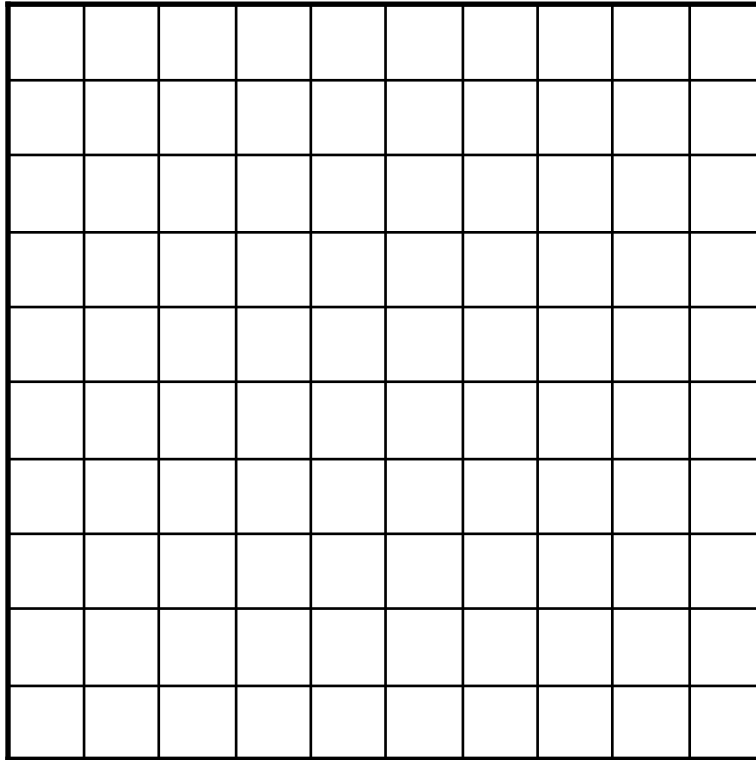
Les deux morceaux de ce rectangle ont la même aire, mais ils n'ont pas le même périmètre.



Combien de centimètres-carrés dans un décimètre-carré ?

Un décimètre = 10 cm, alors un décimètre-carré vaut combien de centimètres-carrés ?

On a envie de répondre 10, mais si on dessine le décimètre-carré et qu'on le recouvre avec des centimètres-carrés, on voit qu'il en contient 100 (dix rangées de dix)



Un décimètre-carré = 100 centimètres-carrés



Un centimètre-carré = 100 millimètres-carrés.

Une approche alternative de l'aire au cycle 3

Le document intitulé « Aires pour un élève de cycle 3 » tente de se rapprocher au plus près de l'esprit des programmes 2002 (les programmes actuels ne précisant rien sur la façon d'aborder la notion d'aire).

Cependant, on peut faire à cette approche l'objection suivante :

Il est difficile, voire impossible, d'expliquer avec précision ce qu'est l'aire d'une figure, de même qu'il est difficile d'expliquer ce qu'est la longueur d'un segment.

En ce qui concerne la longueur ce n'est pas un problème, en effet les élèves de cycle 2 qui travaillent sur la longueur ont déjà depuis longtemps comparé des longueurs :

Mon crayon est plus long que le tien.

Marie est plus grande que Louis. (malgré l'ambiguïté avec la comparaison des âges)

Pour aller à l'école, c'est plus loin que pour aller chez Mamie.

Ces occasions multiples permettent à l'enfant de construire progressivement un concept de longueur cohérent. Quand il dit qu'une baguette est plus grande qu'une autre, nous savons ce qu'il veut dire même si nous ne savons pas (et lui encore moins) l'expliquer.

La situation est très différente pour l'aire : les enfants n'ont jamais, ou presque jamais, eu l'occasion de comparer des aires. Il n'est donc pas possible de s'appuyer sur une connaissance partagée, il faut construire le concept en classe.

C'est le but que poursuivent des activités telles que celle que nous avons expérimentée en séance de math : les comparaisons de surfaces par recouvrement doivent jouer le même rôle d'expérience de référence pour les aires que les comparaisons d'objets allongés de la vie quotidienne pour les longueurs.

On peut cependant douter qu'une ou deux séances de comparaisons de surfaces par recouvrement aient un poids comparable à celui de multiples expériences de comparaison de longueurs, partagées avec des interlocuteurs variés pendant des années.

Si les expériences sur lesquelles on se fonde ne sont pas assez marquantes, l'impossibilité d'expliquer simplement ce qu'est l'aire devient une difficulté majeure : les élèves ne pouvant se référer ni à une compréhension intuitive ni à une définition explicite ne savent plus de quoi on parle quand on prononce le mot aire.

La suite de ce document propose donc une synthèse destinée aux élèves dans une autre approche, fondée sur l'hypothèse que quelques activités même bien conduites ne suffisent pas à construire une compréhension durable du concept d'aire et privilégiant donc une définition du mot « aire », définition à laquelle on se réfère par la suite à chaque nouvelle question.

Cette approche souffre elle-même de défauts importants.
Voici deux objections qu'on peut lui opposer.

La définition proposée pour l'aire est incorrecte (elle définit en fait la mesure de l'aire, le centimètre-carré étant choisi comme unité, et non l'aire).

Cette incorrection me semble acceptable dans la mesure où la même confusion est permanente dans le domaine de la longueur sans que cela entraîne de difficulté majeure :

On dit aussi bien :

Ce segment **a** une longueur de 12 cm.

Ce segment **mesure** 12 cm.

La **longueur** de ce segment **est** 12 cm.

La **mesure** de ce segment **est** 12 cm.

Voici un segment de 12 cm.

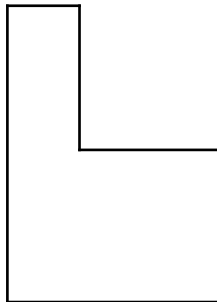
Voici un segment de 12 cm **de long**.

On ne dit généralement pas en cycle 2 « La mesure de la longueur de ce segment en cm est 12 ». Et c'est heureux !

Les textes officiels de 2002 disaient explicitement « Les grandeurs avant leur mesure » (voir surtout le texte d'accompagnement « grandeurs et mesure à l'école élémentaire »).

L'approche proposée dans ce document ne respecte pas cette chronologie, cependant l'insistance mise sur le fait qu'on peut répondre à beaucoup de questions sans déterminer effectivement le nombre d'unités d'aire respecte me semble-t-il l'esprit du texte : La grandeur est avant la mesure au sens où elle a la primauté sur la mesure, elle est plus fondamentale.

La compréhension de ce qu'est l'aire sera utilement renforcée par des activités comme celle ci : inventer des figures en transformant un peu le modèle ci-dessous, puis comparer leurs aires et leurs périmètre à ceux du modèle, sans utiliser de mesure.



Cette version du document élève est incomplète dans la mesure où plusieurs points (calcul de l'aire d'un rectangle, distinction aire-périmètre, peuvent être repris à l'identique dans l'autre version).

Quelle est l'aire de cette figure ?

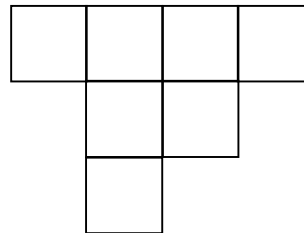
Cette question est une autre façon de demander :

Combien faut-il de centimètres-carrés pour recouvrir exactement la figure ?

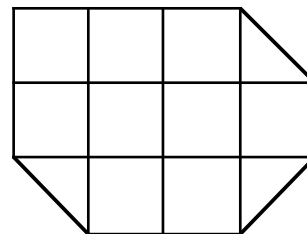
Voici un centimètre-carré. C'est un carré, ses côtés mesurent un centimètre.



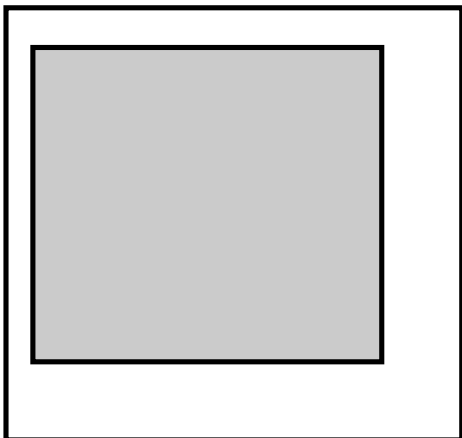
L'aire de cette figure est 7 centimètres-carrés.



L'aire de cette figure est 10 centimètres-carrés et demi.



On peut répondre à beaucoup de questions sur les aires sans compter les centimètres-carrés.

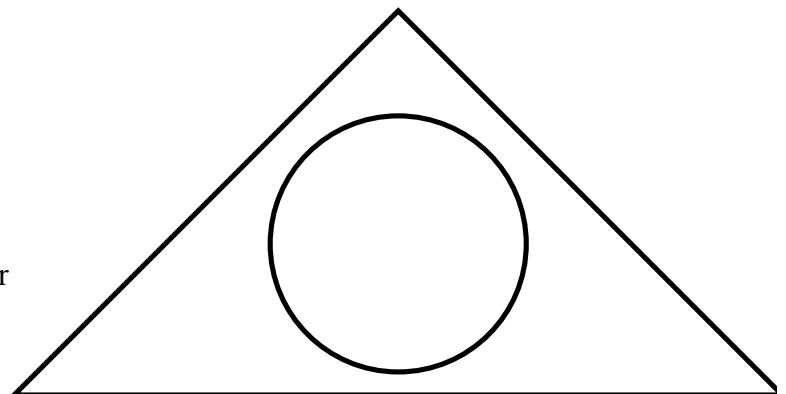


Pour recouvrir le rectangle blanc avec des centimètres carrés, il faut recouvrir le rectangle gris et rajouter encore d'autres centimètres-carrés.

L'aire du rectangle blanc est plus grande que celle du rectangle gris.

Le découpage des carrés sera difficile, mais quand on aura recouvert le cercle, il faudra rajouter des centimètres-carrés pour recouvrir le triangle.

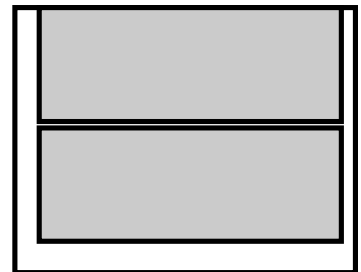
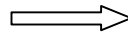
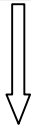
L'aire de ce cercle est plus petite que celle du triangle.



Même quand aucune des deux figures ne peut recouvrir l'autre, on n'est pas obligé de compter les centimètres-carrés

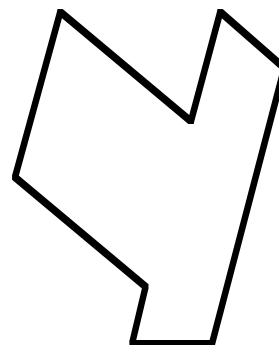
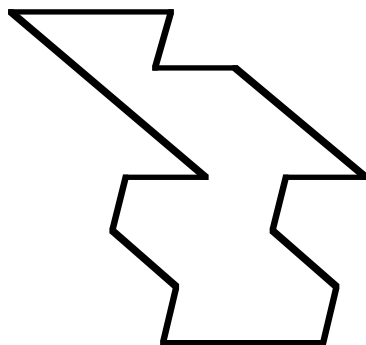


On peut découper une des figures.

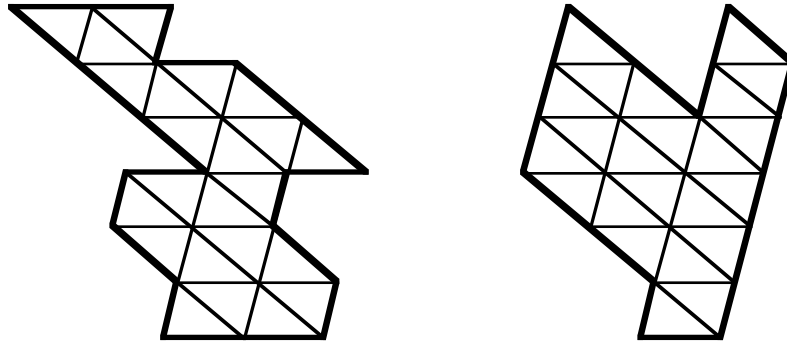



L'aire du rectangle gris est plus petite que l'aire du rectangle blanc.

Il est parfois astucieux de recouvrir avec d'autres surfaces que des petits carrés.




Découper ces figures en carrés pour comparer leurs aires n'est certainement pas facile, mais...



Chaque figure est recouverte avec 23 triangles comme celui-ci ,

Les deux figures ont la même aire.

Le petit triangle qu'on a utilisé  est l'unité d'aire.
L'aire de chaque figure est de 23 unités (mais pas de 23 centimètres carrés).