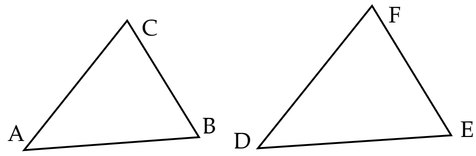
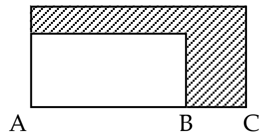
Divers problèmes ayant un lien avec la proportionnalité



1) Le triangle DEF est un agrandissement du triangle ABC.
L'aire de DEF est supérieure de 21% à celle de ABC.
Sachant que EF = 5 cm, calculer BC.

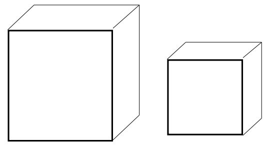
2)La population d'une ville a diminué de 15% entre 1980 et 1990, puis à nouveau de 12% entre 1990 et 2000. De quel pourcentage cette population a-t-elle diminué entre 1980 et 2000 ?

3) Le grand rectangle est un agrandissement du petit rectangle.
L'aire hachurée est égale à celle du petit rectangle. On a BC = 5 cm. Calculer AB.



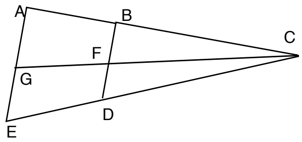
4) Un agriculteur a juste assez de foin pour nourrir ses 36 vaches pendant 20 jours.
Il vend 6 vaches. Pendant combien de temps pourra-t-il nourrir les vaches qui lui restent ?

5) la masse du grand cube est 500g, l'aire de chacune de ses faces est 90 cm^2.
L'aire d'une face du petit cube est 40 cm^2, quelle est la masse du petit cube ?
(Les deux cubes sont pleins et fabriqués dans le même matériau).



6) Après une augmentation de 20% puis une diminution de 30% un prix est de 924€.
Calculer le prix initial.

7) les points A, B et C sont alignés, il en est de même pour G, F et C ainsi que pour E,D et C.
AB = 12 ; AC = 36 ; AE = 15 ; ED = 13 ; DC = 26 ; BD = 10 ; AG = 8 Calculer FD.

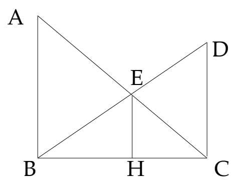


8) un prix passe de 400 € à 289 € à la suite de deux réductions successives, toutes les deux du même pourcentage ; Quel est le pourcentage de chacune des réductions ?

9) Une boule de métal de 10 cm de diamètre pèserait 1280 grammes si elle était pleine.
En réalité elle ne pèse que 1120 grammes car elle comporte en son centre un trou sphèrique.
Quel est le diamètre de ce trou ?

10) Un prix de 550 € diminue d'un pourcentage inconnu, puis augmente de 20%.
Après ces deux changements, le prix est de 627 €. Quel était le pourcentage de la réduction ?

11) Les droites (AB), (EH) et (DC) sont perpendiculaires à la droite (BC)
(AC) et (BD) se coupent en E. AB = 10 ; DC = 8 ; BC = 12. Calculer EH →



12) La population de la France est d'environ 60 millions d'habitants.
On suppose que cette population augmente régulièrement de 0,5% par an.
quelle serait alors la population française dans cent ans ? dans mille ans ?

13)Baccalauréat : la cuvée 2004 des TX est-elle meilleure ?

- Le proviseur : « l'année 2004 marque une progression de 13 % dans la réussite au baccalauréat de la classe de Tx. Je félicite les professeurs de cette classe!»
- Un professeur : «Je vous remercie, mais le taux de réussite n'a augmenté que de 8 %. »
- Un élève de TX : « qu'on soit redoublant ou pas, cette année ça a moins bien marché. Je ne félicite pas les profs!»

	Présentés 2003	*Reçus 2003*	*Présentés 2004*	*Reçus 2004*
Non redoublants	*22*	*12*	*15*	*8*
Redoublants	*3*	*3*	*10*	*9*
Total	*25*	*15*	*25*	*17*

- Un redoublant de TX : «En tout cas, en redoublant en 2004, j'avais 35,5 % de chances de plus de réussir qu'en 2003 »
- Un autre redoublant : «pas du tout! tu avais 10% de chances en moins!»

Qui a raison ? *(D'après Jacques Lubczanski, « Les maths au jour le jour » ed CEDIC 1985)*

Y Thomas, IUFM des Pays de la Loire, centre de Nantes

Corrigé des exercices en rapport avec la proportionnalité

Dans l'agrandissement qui transforme ABC en DEF, l'aire est augmentée de 21%, ce qui correspond à une multiplication par 1,21. Soit k le coefficient d'agrandissement, on a donc $k^2 = 1{,}21$ donc $k = 1{,}1$.

Par conséquent, EF = BC x 1,1 et $BC = \dfrac{EF}{1{,}1} = \dfrac{5}{1{,}1} = \dfrac{50}{11}$ cm

---

Une diminution de 15% correspond à une multiplication par 0,85.
Une diminution de 12% correspond à une multiplication par 0,88.
Appelons P_1 la population en 1980, P_2 la population en 1991, P_3 la population en 2000.

On a $P_2 = P_1 \times 0{,}85$ et $P_3 = P_2 \times 0{,}88$ d'ou $P_3 = (P_1 \times 0{,}85) \times 0{,}88 = P_1 \times 0{,}748$
Or $0{,}748 = 1 - 252 /1000 = 1- 25{,}2/100$
La diminution de population entre 1980 et 2000 est donc de 25,2%

L'aire hachurée étant égale à celle du petit rectangle, l'aire du grand rectangle est le double de celle du petit. Appelons k le coefficient de l'agrandissement, on a donc $k^2 = 2$ d'où $k = \sqrt{2}$
On a donc $AC = AB\sqrt{2}$ et $AC = AB + 5$
On en déduit que $AB\sqrt{2} = AB + 5$; d'où $AB(\sqrt{2} -1) = 5$; $AB = \dfrac{5}{\sqrt{2}-1} = 5(\sqrt{2}+1)$

Le nombre de doses journalières est de 36 x 20 = 720.

Avec ces 720 doses, s'il n'y a plus que 30 vaches, on pourra les nourrir pendant $\dfrac{720}{30} = 24$ jours.

Tous les cubes ont la même forme, le grand cube est un agrandissement du petit.
Si on appelle k le coefficient d'agrandissement, on a $40 \times k^2 = 90$, d'où $k^2 = 90/40 = 9/4$ et $k = 3/2$
Soit m la masse du petit cube, on a donc :

$m \times (\frac{3}{2})^3 = 500$ $\qquad$ $m \times \frac{27}{8} = 500$ $\qquad$ $m = 500 \times \frac{8}{27} = \frac{4000}{27}$ g

La masse du petit cube est d'environ 148 g

Appelons P le prix initial. On a P x 1,20 x 0,70 = 924 donc P =924 / (1,20 x 0,70) =1100 €.

$$\frac{CA}{CB} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2} \qquad \frac{CE}{CD} = \frac{39}{26} = \frac{3}{2}$$

C,B et A sont alignés dans le même ordre que C,F et G.

De plus on a $\dfrac{CA}{CB} = \dfrac{CE}{CD}$ **Les droites (AE) et (BD) sont donc parallèles.**

G,F et C sont alignés, ainsi que E, D et C. De plus (FD) // (GE), on peut donc appliquer le théorème de Thalès aux triangles CFD et CGE. On a donc $\frac{CF}{CG} = \frac{CD}{CE} = \frac{FD}{GE}$ d'où $\frac{26}{39} = \frac{FD}{7}$; $\frac{2}{3} = \frac{FD}{7}$; FD = $\frac{14}{3}$

Soit r le nombre par lequel le prix est multiplié à chacune des réductions.
On a 400 x r^2 = 289 r^2 = 289/400 r = 17/20 = 0,85. Il s'agit donc de réductions de 15%

Considérons une boule pleine de même volume que le trou cental.
Sa mase serait 1280 – 1120 = 160 g
Dans l'agrandissement qui transforme cette petite boule en la grande, la masse passe de 160 à 1280 g, elle est multipliée par 8. La masse étant proportionnelle au volume, le volume est multiplié par 8.
Si on appelle k le coefficient de cet agrandissement, on a donc $k^3 = 8$, d'où k = 2.
Le diamètre du trou est donc la moitié de celui de la grosse boule, 5 cm.

Soit r le nombre par lequel le prix est multiplié lors de la réduction, on a 550 x r x 1,20 = 627
donc r = 627 / (550 x 1,20) = 627/660 = 0,95 La réduction était donc de 5%

(EH) et (DC) sont perpendiculaires à (BC) donc (EH)//(DC)
B,E et D sont alignés, B,H et C sont alignés, de plus (EH)//(DC), on peut donc appliquer le théorème de Thalès aux triangles BHE et BCD et on a : $\frac{BH}{BC} = \frac{BE}{BD} = \frac{EH}{DC}$, d'où $\frac{BH}{12} = \frac{EH}{8}$ et $BH = \frac{12EH}{8}$

On montre de la même façon que $CH = \frac{12EH}{10}$

Or on a CH + BH = BC = 12, par conséquent $\frac{12EH}{8} + \frac{12EH}{10} = 12$

On a donc $\frac{EH}{8} + \frac{EH}{10} = 1$ 10 EH + 8 EH = 80 EH = 80/18 = 40/9.

Chaque augmentation de 0,5% correspond à une multiplication par 1,05
au bout de 100 ans la population serait donc de :
60 000 000 x $(1,005)^{100} \approx 98\,800\,000$
au bout de 1000 ans la population serait donc de
60 000 000 x $(1,005)^{1000} \approx 8\,800\,000\,000$ ce qui ne fait que montrer le caractère peu réaliste d'une augmentation régulière de la population sur une longue période (imaginez une population supérieure à la population actuelle de la planète concentrée sur un territoire aussi petit que celui de la France !)

Personne n'a raison, personne n'a tort…. On ne sait pas de quoi on parle.
Par exemple, le taux de réussite passant de 60% à 68%,
on peut dire qu'il a augmenté de 8%
mais comme 8 est environ 13% de 60, on peut aussi dire qu'il a augmenté de 13%

Considérons un autre exemple. Un prix passe de 60€ à 68€
On peut dire qu'il a augmenté de 8€, ou qu'il a augmenté de 13%. Il n'y a pas d'ambiguité, on voit clairement quand on parle d'une valeur (en €) ou d'un rapport.
Dans l'énoncé fourni, l'ambiguité est créée par le fait que les nombres en jeu, 60 et 68 sont eux mêmes des rapports exprimés en %.