# Proportionnalité ?

1) Convertir en heures minutes et secondes les durées suivantes :

$A = 3{,}45\ \text{h}$ $\qquad$ $B = \dfrac{2419}{1200}\ \text{h}$ $\qquad$ $C = 749{,}75\ \text{min}$ $\qquad$ $D = \dfrac{73}{36}\ \text{jour.}$

2) Un véhicule parcourt 117 km en 1 h 45 min. Exprimer sa vitesse en km/h puis en m/s.
Dans les deux cas, on fournira la valeur exacte puis l'arrondi au centième près.

3) Un véhicule se déplaçant à 90 km/h parcourt la distance entre les points A et B en 2 min 34 s.
Quelle durée faudrait-il à un véhicule roulant à 70 km/h pour parcourir la même distance ?
Quelle durée faudrait-il à un véhicule roulant à 81 km/h pour parcourir la même distance ?
Les réponses seront au besoin arrondies au centième près.

4) Un artisan travaillant seul met 5 heures pour peindre un mur.
Son apprenti met 7 heures pour réaliser la même tâche.
Si l'artisan et son apprenti travaillent ensemble, combien de temps leur faudra-t-il pour peindre le mur ?


5) A l'aide de la carte fournie ci-contre, calculer une valeur approchée de l'aire de l'Uruguay, exprimée en km² puis en miles-carrés

6) Un rectangle a une longueur de 90 cm et une largeur de 8 pouces.
Un second rectangle a une aire égale à celle du précédent. sa longueur est 120 cm, quelle est sa largeur (exprimée en pouces).

7) La longueur d'un rectangle est égale à 5 fois sa largeur.
On augmente la longueur de ce rectangle de 25 %.
De quel pourcentage faut-il diminuer la largeur pour que l'aire du nouveau rectangle soit égale à celle du rectangle d'origine ?
On effectue la transformation étudiée à la question précédente. Indiquer si le périmètre du rectangle a augmenté ou diminué et calculer le pourcentage d'augmentation ou de diminution du périmètre.

8) Deux véhicules partent au même moment et se dirigent l'un vers l'autre.
Si l'un des véhicule roule à 70 km/h et l'autre à 80 km/h, il leur faut 34 min pour se rencontrer.
Combien de temps leur faudra-t-il pour se rencontrer si chacun des deux véhicules roule à 90 km/h ?

*Yves Thomas, IUFM des Pays de la Loire, site de Nantes.*

**Corrigés des exercices précédents**

**Exercice 1**
3, 45 h = 3 h + 0,45 h
un dixième d'heure, c'est 6 minutes, on en déduit que 4 dixièmes d'heure valent 24 minutes et que 5 centièmes d'heure (la moitié d'un dixième) valent 3 minutes.
Conclusion : 3,45 h = 3 h 27 min.
Autre méthode :
3, 45 h = 3 h + 0,45 h or 0,45 h = 0,45 x 60 min = 27 min donc 3,45 h = 3 h 27 min.

$$\frac{2419}{1200}h \quad = \quad \frac{2400}{1200}h+\frac{19}{1200}h \quad = \quad 2h+\frac{3\times 19}{3\times 1200}h \quad = \quad 2h+\frac{57}{3600}h \quad = \quad 2h\,57s$$

749,75 min = 720 min + 29 min + 0,75 min = 12 x 60 min + 29 min + 3/4 min = 12 h 29 min 45 s

$$\frac{73}{36}jour \quad = \quad 2\,jours+\frac{1}{36}jour \quad = \quad 2\,jours+\frac{1}{36}\times 24h \quad = \quad 2\,jours+\frac{24}{36}h \quad = \quad 2\,jours+\frac{2}{3}h \quad = \quad 2\,jours\ 40\,\text{min}$$

**Exercice 2**
Un véhicule qui se déplace à vitesse constante et qui parcourt 117 km en 1 h 45 min parcourt 468 km en 7 heures (distance et durée quadruplées). Sa vitesse en km/h est donc égale à 468/7, soit environ 66,86 km/h (valeur arrondie au centième de km/h près).
En une heure ce véhicule parcourt $\frac{468}{7}\times 1000$ mètres, donc en une seconde $\frac{468\times 1000}{7\times 3600}$ mètres
or $\frac{468\times 1000}{7\times 3600}=\frac{468\times 10}{7\times 36}=\frac{36\times 13\times 10}{7\times 36}=\frac{130}{7}\approx 18{,}57$. La vitesse du véhicule est donc $\frac{130}{7}$ m/s, soit une valeur arrondie au centième près de 18,57 m/s.

Autre méthode : Un véhicule qui parcourt un mètre par seconde en parcourt 3600, soit 3,6 km en une heure. On en déduit qu'un m/s = 3,6 km/h et on retrouve la vitesse en m/s en divisant 468/7 par 3,6.
*Attention dans cette méthode à ne pas diviser directement la valeur arrondie 66,86 par 3,6. En procédant ainsi, on trouverait une valeur approchée de la vitesse en m/s, mais sans aucune assurance que l'arrondi de cette valeur approché soit bien le même que l'arrondi de la valeur exacte.*

**Exercice 3**
Les véhicule roulent chacun à vitesse constante et parcourent tous une même distance. Dans ces conditions, la vitesse est inversement proportionnelle à la durée du trajet (si on multiplie par 2, 3 ou 5 la vitesse, la durée est divisée par 2, 3 ou 5).

à 90 km/h il faut 154 min, donc à 10 km/h il faudrait $154\times 9$ min.
à 70 km/h il faudrait donc $\frac{154\times 9}{7}=\frac{22\times 7\times 9}{7}=198\,\text{min}$, soit 3 heures 18 minutes.
à 90 km/h il faut 154 min, donc à 9 km/h il faudrait $154\times 10$ min.
à 81 km/h il faudrait donc $\frac{154\times 10}{9}=\frac{1540}{9}\,\text{min}$ or 1540 = 171x9 + 1 donc il faudrait 171 minutes et $\frac{1}{9}$ min .
$\frac{1}{9}\text{min} = \frac{1}{9}\times 60s = \frac{20}{3}s = 6s+\frac{2}{3}s$ La durée du trajet serait donc 2 h 51 min 6s + 2/3s.
La durée arrondie au centième de seconde près est 2 h 51 min 6,67s.

**Exercice 4**

*L'important est de comprendre qu'il est facile de combiner les informations fournies pour les deux travailleurs si elles sont données pour une même durée. Si en deux heures, l'un fait A et l'autre fait B, ils feront à eux deux A + B (c'est discutable dans la réalité, mais si on n'accepte pas cette hypothèse, le problème est insoluble).*
*Il faut donc se ramener à une durée commune.*

En 35 heures, l'artisant pourrait peindre 7 murs, et l'apprenti 5 murs, à eux deux ils peindraient donc 12 murs.

La durée nécessaire pour peindre un mur est donc $\frac{35}{12}h$ , soit $2h+\frac{11}{12}h$ ou encore $2h+\frac{55}{60}h$ ou 2 $h$ 55 $min$.

*La durée commune utilisée n'est pas forcément 35 heures, elle peut être 1h ou toute autre durée qui vous conviendra, le choix de 35 (multiple commun à 5 et 7) ne se justifie que parce qu'il rend le calcul simple.*

**Exercice 5**

Il n'est évidemment pas possible pour cet exercice de produire un corrigé type.
On peut s'attendre à ce que la valeur calculée soit assez éloignée de l'aire réelle de l'Uruguay. Compte-tenu des erreurs de dessin inévitables, de l'imprécision de l'échelle fournie… une erreur de 10% serait déjà un beau résultat.


Quelques indications tout de même :
Inutile de s'embarrasser de figures complexes, un ou deux rectangle(s) triangle (s) ou trapèze(s) suffisent.
Pour faciliter les calculs, il est plus simple de constater sur l'échelle qu'un centimètre sur la carte correspond à environ 52 km en réalité , que de chercher par quelle longueur sont représentés 50 km.
Pour le calcul en miles carrés, on peut soit recommencer le même procédé que pour les centimètres carrés, soit convertir en utilisant le fait que 1 mile correspond à 1609 m

En utilisant le rectangle ci-contre dont les dimensions sont 8,5 cm et 7, 6 cm. et l'estimation donnée plus haut qu'un cm représente 52 km, on obtient une aire de 8,5 x 7,6 x 52 x 52 ≈ 175 000 km$^2$.
*Il se peut qu'on se trompe de plusieurs milliers de kilomètres carrés, il est donc ridicule de fournir une réponse du type «l'aire de l'Uruguay et de 174678,4km$^2$»*

1 mile ≈ 1,609 km, donc 1 mile carré vaut environ 2,6 km2
L'aire de l'Uruguay en miles carrés est donc environ 175 000 / 2,6 soit environ 67 000.

**Exercice 6**

*La longueur et la largeur du rectangle n'étant pas exprimées dans la même unité, il ne saurait être question d'utiliser la formule de calcul d'aire du rectangle sans précautions.*

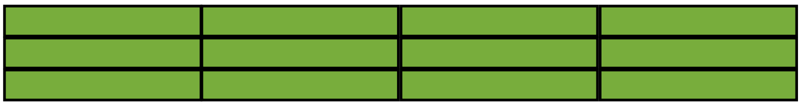
**Première méthode :**

Utilisons comme unité d'aire l'aire d'un rectangle dont les dimesions sont 1 pouce et 1 cm.
Le rectangle dont les dimensions sont 90 cm et 8 pouces a pour aire 90 x 8 = 720 dans cette unité.
Le rectangle dont l'aire est 720 unités et la longueur 120 cm doit donc avoir une largeur de 6 pouces.

**Deuxième méthode :**

On peut découper le rectangle proposé en 12 rectangles de 30 cm de long et 2 pouces de large selon le schéma ci-contre.

En réorganisant les rectangles comme indiqué par le deuxième schéma, l'aire n'a pas changé. La longueur est alors de 120 cm et la largeur de 6 pouces.



**Troisième méthode :**

Si on considère des rectangles ayant tous la même aire, la longueur de ces rectangles est inversement proportionnelle à leur aire (autrement dit, si on multiplie par 2, 3, 5… la longueur d'un rectangle, il faut diviser par 2, 3, 5… sa largeur pour que l'aire ne varie pas).

Pour passer de 90 cm à 120 cm, la longueur du rectangle est multipliée par $\frac{120}{90}$ ou $\frac{4}{3}$

la largeur du rectangle doit donc être divisée par $\frac{4}{3}$, c'est à dire multipliée par $\frac{3}{4}$

La largeur du nouveau rectangle est donc $\frac{3}{4}$ x 8 pouces = 6 pouces.

**Exercice 7.**

soit $x$ la largeur du rectangle, sa longueur est $5x$, son aire est alors égale à $5x^2$
Si la longueur du rectangle est augmentée de 25%, elle vaut maintenant 1,25 x $5x$ = $6{,}25x$

L'aire n'ayant pas variée, la largeur est maintenant égale à $\frac{5x^2}{6{,}25x} = \frac{x}{1{,}25} = \frac{8x}{10}$

La largeur a donc diminué de 20%.

**Autre méthode :**

L'aire étant constante, la longueur du rectangle est inversement proportionnelle à sa largeur.
Si la longueur est augmentée de 25%, elle est multipliée par 125/100 ou 5/4.
La largeur doit donc être divisée par 5/4, ou être multipliée par 4/5 ou 80/100.
La largeur est donc diminuée de 20%.

Le périmètre initial était égal à $x + 5x + x + 5x = 12\,x$
Le nouveau périmètre est $0{,}8\,x + 6{,}25x + 0{,}8x + 6{,}25x = 14{,}1\,x$

Calculons combien de fois le nouveau périmètre vaut l'ancien : $\frac{14{,}1}{12} = \frac{4{,}7}{4} = \frac{4{,}7 \times 25}{100} = \frac{117{,}5}{100}$

On en déduit que le périmètre a augmenté de 17,5% dans la transformation étudiée.

*On pouvait bien entendu poser la division 14,1 : 12 plutôt que raisonner à l'aide d'écritures fractionnaires.*

**Exercice 8.**

Dans cet exercice, la vitesse de chaque véhicule importe peu, seule leur somme a de l'importance.
Que les vitesses en km/h soient 70 et 80 oou bien 100 et 50 ou bien encore 20 et 130, les deux véhicules se rapprocheront de 150 km en une heure, la durée nécessaire pour se rencontrer ne change pas (seul le lieu de la rencontre change, mais il n'en est pas question dans l'exercice).

La durée nécessaire pour parcourir une même distance est inversement proportionnelle à la vitesse.
S'il faut 34 minutes pour que les véhicules se rejoignent à 150 km/h, il faut 34 min x 5 = 170 min à 30 km/h et $\frac{170}{6}$ min à 180 km/h.

170 = 28 x 6 + 2 donc $\frac{170}{6} = 28 + \frac{2}{6} = 28 + \frac{20}{60}$

On en déduit que la durée nécessaire est de 28 minutes et 20 secondes si chaque véhicule roule à 90 km/h.

*Yves Thomas, IUFM des Pays de la Loire, site de Nantes.*