CRPE 2010-2011—derniers réglages avant l'écrit (3).

Exercice 1

Chaque matin, Anne marche 800 m le long d'une route pour prendre le car de ramassage scolaire puis elle parcourt 3 km en car avant d'arriver à l'école.
On appelle d la plus courte distance de chez Anne à son école en suivant les routes.
Indiquer en justifiant si chacune des distances suivantes est une valeur possible de d.
5 km ; 1,5 km ; 500 m.

Exercice 2

n_1, n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, n_7 et n_8 sont huit nombres entiers supérieurs à 1 dont le produit est 2400.
Quelle est leur somme ?

Exercice 3

On considère un carré ABCD.
E est le symétrique de A par rapport à B.
F est l'intersection (distincte de A) du cercle de diamètre [AE] avec le cercle de diamètre [AD].
Démontrer que les points D, E et F sont alignés.

Exercice 4

Pour vider une cuve contenant 7 mètres cubes de liquide on met en marche à 9 heures une pompe dont le débit est de 3 litres par seconde.
On dispose d'une autre pompe, dont le débit est de 2 litres par seconde. A quelle heure faut-il mettre en marche cette nouvelle pompe (sans arrêter la première) si on veut que la cuve soit vidée à 9 h 30 exactement.

Exercice 5

Déterminer le plus petit multiple de 9 qui s'écrit avec 5 chiffres en base 5.

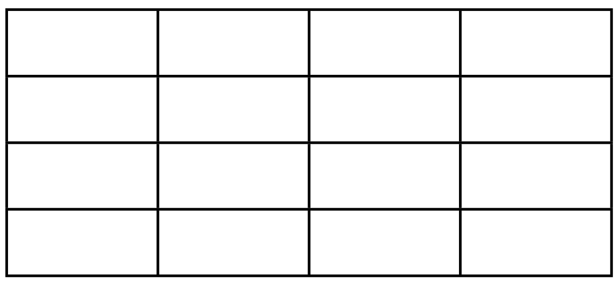
Exercice 6

Construire 4 quadrilatères non superposables ayant chacun toutes les caractéristiques suivantes :
- deux angles sont droits,
- deux côtés d'un même angle droit mesurent repectivement 6 cm et 8 cm,
- l'aire du quadrilatère mesure 36 cm^2.

Tous les outils de dessin sont autorisés.

Exercice 7

On trace tous les segments joignant deux noeuds de cette grille, à l'exception de ceux qui sont sur les lignes et les colonnes de la grille.
Combien y en a-t-il ?



M Hersant, S Lemaire, J Perez, A Raïs, Y Thomas, IUFM des Pays de la Loire, site de Nantes, septembre 2010

Exercice 8

a) Déterminer un multiple commun à 165 et 173 ayant pour reste 7 dans la division euclidienne par 16

b) Déterminer un multiple commun à 167 et 169 ayant pour reste 1 dans la division euclidienne par 16

Exercice 9

Proposer le patron d'un tétraèdre dont les quatre faces sont des triangles rectangles.

Exercice 10

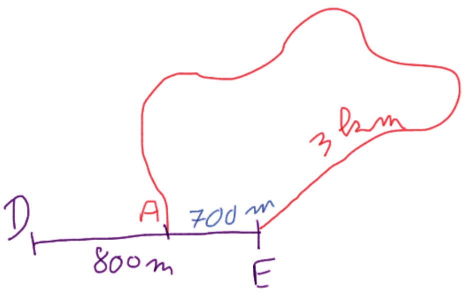
Déterminer à l'aide de la carte ci-dessous un ordre de grandeur de l'aire de la Loire-Atlantique.

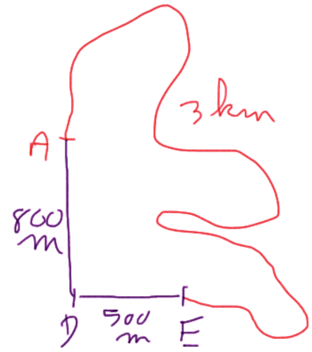
CRPE 2010-2011—derniers réglages avant l'écrit, corrigé de la fiche 3 .

Exercice 1

Il n'y a aucune raison de supposer que les trois points représentant le domicile de Anne l'arrêt du car et l'école sont alignée, ni que les trajets sont rectilignes.

La plus courte distance de chez Anne à l'école par la route ne peut pas être 5 km puisqu'en suivant le trajet à pieds de Anne puis son trajet en car on va de chez elle à l'école en parcourant 3,8 km.





En revanche cette distance peut être de 1,5 km ou de 500 m comme le montrent les deux schémas ci-contre où D représente le domicile de Anne, E l'école et A l'arrêt du car.

Le deuxième exemple peut sembler dépourvu d'intérêt pratique (pourquoi parcourir 800 m à pieds puis 3 km en car si l'école est à 500 m ?) il n'en est pas moins possible. Par ailleurs on peut imaginer que la route la plus courte est beaucoup plus dangereuse que le trajet de 800 m, ou qu'elle est en montée très raide, ce qui fait que la réponse n'est pas absurde même d'un point de vue pratique.

Exercice 2

$2400 = 24 \times 100 = 2^5 \times 3 \times 5^2$

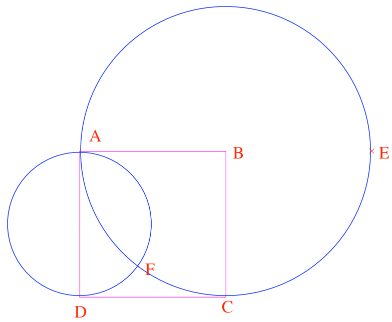
2400 étant le produit de 8 facteurs premiers les nombres n_1 à n_8, qui sont des entiers supérieurs à 1 ne peuvent être que ces facteurs. Leur somme est donc égale à $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 5 + 5 = 23$.

Exercice 3

F est sur le cercle de diamètre [AD] donc le triangle ADF est rectangle en F, et (DF) est perpendiculaire à (AF).

F est sur le cercle de diamètre [AE] donc le triangle AEF est rectangle en F, et (EF) est perpendiculaire à (AF).

Les droites (DF) et (EF) sont perpendiculaires à la droite (AF), elles sont donc parallèles l'une à l'autre. De plus elles ont le point F en commun, elles sont donc confondues. Par conséquent, les points D, E et F sont alignés.



Exercice 4

A 9 h 30, la pompe qui débite 3 litres par seconde aura vidé $3 \times 1800 = 5400$ litres.

L'autre pompe devra donc avoir vidé 1600 litres, ce qui lui demande 800 secondes, soit 13 minutes 20 secondes

Il faut donc mettre en marche la seconde pompe à 9 heures 16 minutes 40 secondes.

Exercice 5

Le plus petit nombre entier qui s'écrit avec 5 chiffres en base 5 est $\overline{10000}^{5}$ lequel est égal à 5^4 et s'écrit donc 625 dans le système décimal ordinaire.

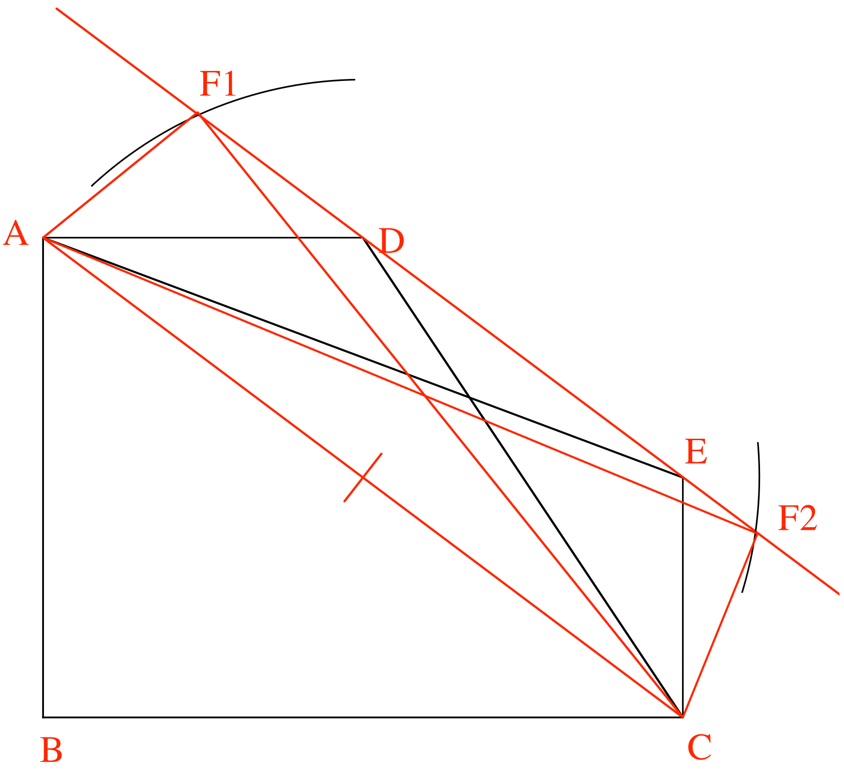
$625 = 9 \times 69 + 4$. Le plus petit multiple de 9 supérieur ou égal à 625 est $630 = 9 \times 70$.

Le nombre cherché est donc 630 qui, en base 5, s'écrit $\overline{10010}^{5}$

Exercice 6

Quelques explications sur la figure ci-contre :
On envisage d'abord le cas où les angles droits sont consécutifs, ce qui conduit aux trapèzes rectangles ABCD et ABCE.
Pour les construire, détermine par le calcul que AD = 4 cm et CE = 3 cm, par exemple en utilisant la formule donnant l'aire du trapèze.

On envisage ensuite le cas où les angles droits sont opposés.
Soit F le sommet manquant, le triangle ACF est rectangle, donc F est sur le cercle de diamètre [AC], de plus le triangle ACF a la même aire que ACD, F est donc situé sur la parallèle à (AC) passant par D, c'est à dire sur (DE) ce qui conduit à construire les quadrilatères ABCF$_1$ *et ABCF*$_2$ *de la figure.*
Remarque : Le théorème de Pythagore permet d'affirmer que AC = 10 cm, ce qui permet de placer le milieu de [AC] à la règle graduée.



Exercice 7

Considèrons un nœud de la grille, il peut être joint pour former un segment à tous les autres nœuds, à l'exception des 8 qui sont sur une même ligne ou une même colonne.
Chacun des 25 nœuds est ainsi l'extrémité de 24 - 8 = 16 segments différents.
Le produit 25 x 16 donne alors le double du nombre de segments cherché car chaque segment est compté à partir de chacune de ses extrémités.
Le nombre de segments que l'on peut tracer est donc 25 x 8 = 200.

Exercice 8

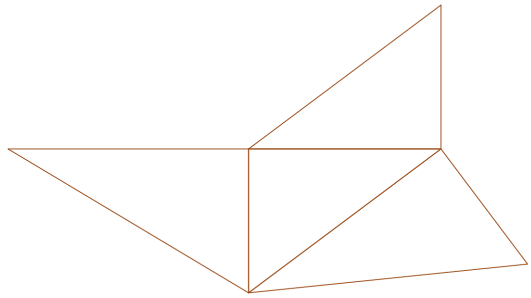
a) 165 = 3 x 5 x 11, or 173 n'est divisible ni par 3 ni par 5 ni par 11 par conséquent les multiples communs à 165 et 173 sont des multiples de 165 x 173.
165 x 173 = 28545 = 1784 x 16 + 1
Par conséquent, le nombre 165 x 173 x 7 = (1784 x 16 + 1) x 7 = 1784 x 16 x 7 + 7 répond à la question posée.
Son écriture sous la forme 165 x 173 x 7 montre qu'il s'agit d'un multiple commun à 165 et 173.
Son écriture sous la forme 1784 x 16 x 7 + 7 montre que son reste dans la division par 16 est 7.

b) 169 = 13 x 13, or 167 n'est pas divisible par 13 par conséquent les multiples communs à 167 et 169 sont des multiples de 167 x 169.
Autre raisonnement possible : considérons un diviseur commun à 169 et 167, il diviserait aussi 169-167 = 2.
Les seuls diviseurs communs envisageables sont donc 1 et 2, or 167 et 169 sont impairs, ils n'ont donc pour diviseur commun que 1. Par conséquent les multiples communs à 167 et 169 sont des multiples de leur produit.

167 x 169 = 28223 = 1763 x 16 + 15 = 1764 x 16 -1
Par conséquent, le nombre 167 x 169 x 15 = (1764 x 16 - 1) x 15 = 1764 x 16 x 15 - 15 = 16 x (1764 x 15 - 1) + 1 répond à la question posée.

Exercice 9

On peut être tenté de tracer un patron dans lequel trois triangles rectangles ont le même sommet de l'angle droit…ce qui est impossible.



Exercice 10

Comme on ne demande qu'un ordre de grandeur, il est inutile de chercher à s'approcher de très près des contours du département. un triangle tel que celui-ci convient parfaitement.

La superficie de la Loire Atlantique étant d'environ 6800 km², toute réponse qui s'en écarte de moins de 500 km² peut être considérée comme correcte l'erreur étant alors nettement inférieure à 10%.