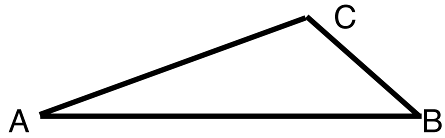
CRPE 2010-2011—derniers réglages avant l’écrit (5).

Exercice 1
Est-il possible que le produit de deux nombres décimaux non entiers soit un nombre entier ?
Justifiez l’impossibilité ou proposez quatre paires de nombres vérifiant la propriété étudiée.

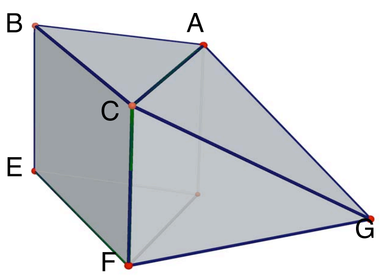
Exercice 2
Le triangle ABC est tel que AC = 4 cm, $\widehat{BAC} = 20°$ et $\widehat{ABC} = 40°$.
Calculer la longueur du côté [BC].

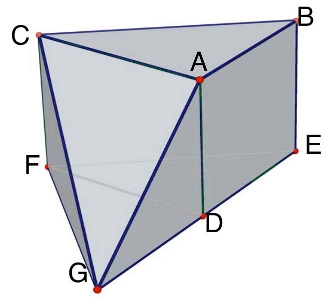


Exercice 3
Le triangle RST est rectangle en R. RS = 4 cm, RT = 5 cm.
Calculer une valeur approchée au dixième de degré près de la mesure de l’angle $\widehat{RST}$

Exercice 4
Jean compte de 12 en 12 à partir de 5. Anne compte de 7 en 7 à partir de 2.
Anne et Jean s’arrêtent de compter dès que le prochain nombre à prononcer atteint ou dépasse 1000.
Combien de nombres sont énoncés à la fois par Jean et par Anne ?

Exercice 5
Voici deux vues différentes du même solide constitué d’un prisme droit et d’une pyramide.
Les triangles FDG, ADG et ABC sont rectangles.
On donne les mesures suivantes :
GD = DE = AC = 8 cm, CF = 6 cm, AG = 10 cm.
Calculer le volume de ce solide.





Exercice 6
Après avoir tracé à la règle graduée un segment [AB] dont la longueur est 8 cm, construire à la règle non graduée et au compas toutes les positions possibles du point C pour que le triangle ABC soit isocèle et que son aire mesure 24 cm^2.

Exercice 7
Compléter cette division euclidienne dans laquelle certains chiffres ont été remplacés par des points d’interrogation.

```
 ? ? ? ? ? | 2 7 5
           |------
- ? ? ?    | 1 ? ?
 -------   |
  ? ? ? ?  |
- ? 6 ? ?  |
 -------   |
     ? ? ? |
    - ? 5 ?|
 -------   |
         3 |
```

Exercice 8
Une machine produit une pièce en une minute 7 secondes et 3 dixièmes de seconde.
Si on fait fonctionner cette machine pendant 2,3 heures, combien de pièces produira-t-elle ?

Exercice 9
P et R sont deux points situés sur un cercle de diamètre [AB], choisis de telle façon que les droites (AP) et (BR) ne soient pas parallèles.
On nomme I l’intersection de (AP) et (BR), J l’intersection de (AR) et (BP).
Démontrer que les droites (AB) et (IJ) sont perpendiculaires.

Exercice 10
Quelle est la probabilité d’obtenir une somme égale à 8 en lançant deux dés ordinaires ?

CRPE 2010-2011—derniers réglages avant l'écrit, corrigé de la fiche 5 .

Exercice 1

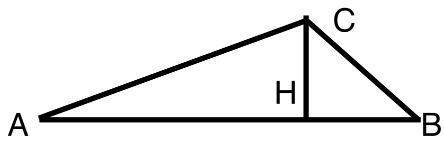
Il est plus facile de trouver des cas où le produit de deux décimaux non entiers est un entier si on écrit les décimaux sous la forme de fractions ayant pour dénominateur une puissance de 10.

On peut par exemple chercher deux entiers a et b tels que $\frac{a}{10}$ et $\frac{b}{10}$ ne soient pas entiers et que $\frac{a}{10} \times \frac{b}{10}$ soit entier.

Il faut donc que ab soit multiple de 100 sans que a et b soient multiples de 10.
Les valeurs $a = 4$; $b = 25$ satisfont à ces conditions, mais également de nombreux couples obtenus en multipliant 4 et 25 par des entiers (il suffit de s'assurer qu'on obtient pas de multiples de 10).
Parmi les soutions construites ainsi, on peut citer : 0,4 x 2,5 = 1 0,8 x 2,5 = 2 0,4 x 7,5 = 3 0,8 x 12,5 = 10

Exercice 2

Soit H le pied de la hauteur issue de C du triangle ABC.



Dans le triangle ACH, rectangle en H, on a :

$\sin \widehat{CAH} = \frac{CH}{AC}$ d'où CH= AC x $\sin \widehat{CAH} = 4 \times \sin 20°$

Dans le triangle BCH, rectangle en H, on a :

$\sin \widehat{CBH} = \frac{CH}{BC}$ d'où BC = $\frac{CH}{\sin \widehat{CBH}} = \frac{4 \times \sin 20°}{\sin 40°} \approx 2{,}13$ cm

Exercice 3

Le triangle RST est rectangle en R. donc $\tan \widehat{RST} = \frac{RT}{RS} = 1{,}25$. On en déduit que $\widehat{RST} \approx 51{,}3°$

Exercice 4

Voici les premiers nombres énoncés par Jean :
5 17 29 41 53 **65** 77 89 101 113 125
Voici les premiers nombres énoncés par Anne :
2 9 16 23 30 37 44 51 58 **65**
On constate que le premier nombre énoncé par les deux personnage est 65. Quel est le suivant ?
Pour l'obtenir, il faut ajouter à 65 un nombre qui soit à la fois multiple de 12 et multiple de 7 et qui soit le plus petit possible : c'est le ppcm de 12 et 7, qui est 84.
Il en va de même pour les nombres suivants qu'on obtient en ajoutant à chaque fois 84.
Les nombres énoncés par les deux personnages sont donc :
65 149 233 317 401 485 569 653 737 821 905 989.
On constate qu'il y a 12 nombres qui seront énoncés à la fois par Anne et par Jean.

Autre méthode : *poser la division euclidienne de 1000 (ou de 999) par 84.*
On trouve que 1000 = 11 x 84 + 76.
Les nombres cherchés étant de la forme n x 84 + 65, avec n entier, les valeurs de n qui conviennent vont donc de 0 à 11, il y en a 12.

Exercice 5

ABCDEF est un prisme droit dont la base est un triangle rectangle d'aire égale à (8 x 8):2 = 32cm^2 et dont la hauteur mesure 6 cm. Son volume est de 32 x 6 =192 cm^3.
ACFDG est une pyramide dont la base est un rectangle de 48 cm^2 et dont la hauteur mesure 8 cm.
Son volume est de 48 x 8 : 3 =128 cm^3.
Le volume du solide mesure donc 192 + 128 = 320 cm^3.

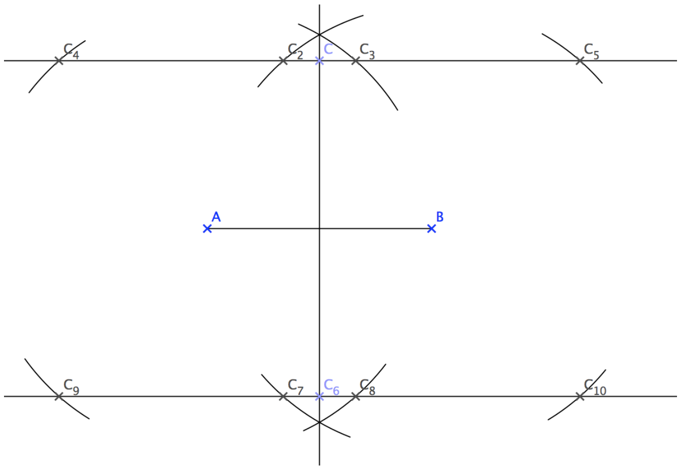
Exercice 6

La figure ci-contre montre les 10 positions possibles du point C : le triangle peut être isocèle en A en B ou en C, et le point C peut se situer de part et d'autre de la droite (AB).

Pour répondre complètement à la consigne, il manque les traits de construction justifiant le parallélisme et le fait que les parallèles sont situées à 6 cm de (AB).

Pour obtenir une longueur de 6 cm au compas, le plus simple est probablement après avoir construit le milieu M de [AB], de construire le milieu P de [MB].

On a alors AP = 6 cm et on reporte cette longueur sur la médiatrice de [AB] pour obtenir les deux premières positions de C.



Exercice 7

Pour la troisième soustraction, on soustrait un multiple de 275 qui s'écrit avec trois chiffres, il ne peut s'agir que de 275, 550 ou 825. Parmi ces nombres, seul 550 a pour chiffre des dizaines 5.

Pour la deuxième soustraction, on soustrait un multiple de 275 qui s'écrit avec quatre chiffres, il ne peut s'agir que de 1100, 1375, 1650, 1925, 2200 ou 2475 (en effet la technique de division euclidienne procède chiffre par chiffre, on ne multiplie 275 que par un entier inférieur à 10).

Parmi ces nombres, seul 1650 = 6 x 275 a pour chiffre des centaines 6.

A ce stade, on connait le diviseur le quotient et le reste de la division, on peut donc déterminer le dividende qui est 162 x 275 + 3, c'est à dire 44553. Compléter la division est alors facile.

? ? ? ? ?	2 7 5
- ? ? ?	1 6 2
? ? ? ?	
- 1 6 5 0	
? ? ?	
- 5 5 0	
3	

4 4 5 5 3	2 7 5
- 2 7 5	1 6 2
1 7 0 5	
- 1 6 5 0	
5 5 3	
- 5 5 5	
3	

Exercice 8

Une minute 7 secondes et 3 dixièmes de seconde, c'est 67,3 secondes. 2,3 heures, c'est 2,3 x 3600 = 8280 secondes.

On cherche donc combien de fois il y a 67,3 secondes dans 8280 secondes. Il convient de poser la division 8280 : 67,3

On en conclut que la machine fabriquera 123 pièces dans le temps imparti.

Remarque : *pour poser à la main la division 8280 : 67,3 on pose en réalité 82800 : 673.*

En multipliant le dividende et le diviseur par 10, on ne change pas le quotient. En revanche l'interprétation du reste (qui n'est pas nécessaire dans ce problème) est délicate.

On peut raisonner ainsi : dans 82800 dixièmes de seconde, combien de fois y a-t-il 673 dixièmes de seconde. Réponse : 123 fois, et il reste 21 dixièmes de seconde ou 2,1 seconde.

Exercice 9

P est sur le cercle de diamètre [AB] donc la APB est rectangle en P. Il en résulte que la droite (PA) est perpendiculaire à (PB) ce qui revient à dire que (PI) est perpendiculaire à (BJ).

La droite (PI) est donc la hauteur issue de I du triangle BIJ.

On démontre de même qu (RJ) est la hauteur issue de J du triangle BIJ.

L'intersection A de ces deux hauteurs est donc l'orthocentre de BIJ.

La droite (AB), qui passe par le sommet B et l'orthocentre A, est la hauteur issue de B du triangle BIJ, elle est donc perpendiculaire à (IJ).

Remarque *: il est possible d'utiliser indifféremment le triangle BIJ et son orthocentre A comme proposé ci-dessu, ou bien le triangle ABI et son orthocentre J, le triangle ABJ et son orthocentre I ou encore le triangle AIJ et son orthocentre B.*

On généralement tendance à utiliser le cas où l'orthocentre est à l'intérieur du triangle sur le dessin qu'on a tracé, mais toutes les versions sont correctes dans toutes les configurations.

Exercice 10

Il y a 36 tirages possibles avec 2 dés (imaginons par exemple qu'un dé soit bleu et l'autre rouge, il y a 6 tirages possible du dé rouge pour chacun des 6 tirages du dé bleu).

Parmi ces 36 tirages, ceux qui conviennent sont : 2-6 3-5 4-4 5-3 6-2

la probabilité d'obtenir une somme de 8 avec deux dés est donc $\frac{5}{36}$.