Préparation à l'écrit du CRPE, exercices d'entraînement variés.

Exercice 1

Déterminer sans calculatrice une valeur approchée au centième près du nombre $\sqrt{7}$

$2 \times 2 = 4$ donc $2 < \sqrt{7}$ $\quad$ $3 \times 3 = 9$ donc $\sqrt{7} < 3$

On continue (en posant les multiplications) à chercher des valeurs approchées de $\sqrt{7}$

On cherche à encadrer $\sqrt{7}$ d'abord entre deux décimaux à un chiffre après la virgule successifs, puis entre deux décimaux à deux chiffres après la virgule successifs.

On peux par exemple calculer successivement :

2,5 x 2,5 = 6,25 $\quad$ 2,6 x 2,6 = 6,76 $\quad$ 2,7 x 2,7 = 7,29

On en déduit que $2{,}6 < \sqrt{7} < 2{,}7$

2,65 x 2,65 = 7,0225 $\quad$ 2,64 x 2,64 = 6,9696

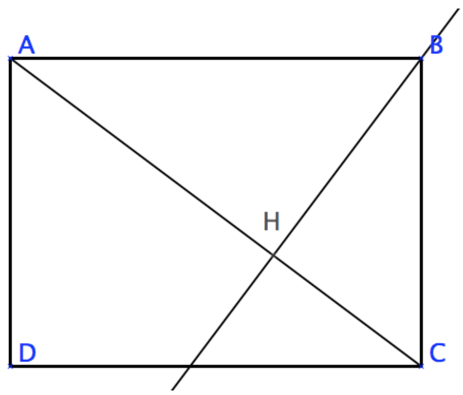
On en déduit que $2{,}64 < \sqrt{7} < 2{,}65$

2, 64 est donc une valeur approchée au centième près de $\sqrt{7}$. 2,65 2,645 ou 2,643 en sont d'autres.

remarque : sur une copie de CRPE, les multiplications devraient être posées.

Exercice 2

ABCD est un rectangle tel que AB = 4,8 cm et BC = 3,6 cm.
On trace la perpendiculaire à (AC) passant B, elle coupe (AC) en H.
Calculer la longueur BH.



Il est possible de calculer l'aire de ABC de deux façons différentes : en utilisant AB et BC ou en utilisant AC et BH.

L'aire de ABC est égale à $\dfrac{AB \times BC}{2}$ soit $\dfrac{4{,}8 \times 3{,}6}{2}$

Le théorème de Pythagore, appliqué au triangle rectangle ABC, permet d'affirmer que :

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4{,}8^2 + 3{,}6^2 = 23{,}04 + 12{,}96 = 36$

Il en résulte que AC = 6.

L'aire de ABC est égale à $\dfrac{AC \times BH}{2}$ soit $\dfrac{6 \times BH}{2}$

En identifiant les deux méthodes de calcul de l'aire de ABC, on obtient :

$\dfrac{4{,}8 \times 3{,}6}{2} = \dfrac{6 \times BH}{2}$ d'où on tire $4{,}8 \times 3{,}6 = 6 \times BH$ puis $BH = 4{,}8 \times 0{,}6 = 2{,}88$

La longueur BH mesure 2,88 cm.

Exercice 3

Lors d'une période de soldes, quand un client achète deux articles, le commerçant lui permet de choisir entre deux options :
Option A : une réduction de 20 % sur l'ensemble des deux articles.
Option B : une réduction de 50% sur le moins cher des deux articles, aucune réduction sur l'autre article.

1.Un client achète un article à 150 € et un article à 70 €, quelle est l'option la plus avantageuse pour lui.
2.Un client achète un article à 120 € et un autre article dont le prix est inférieur à 250 €.
On note x le prix en € de ce deuxième article.
Représenter sur un même graphique la réduction obtenue par ce client avec l'option A et avec l'option B en fonction de x.
3. Indiquer par lecture graphique pour quelles valeurs du prix du second article le client a intérêt à choisir l'option A.
4. Vérifier par le calcul la réponse fournie à la question précédente.

Yves Thomas, IUFM des Pays de la Loire, site de Nantes.

5. Le tableau suivant, réalisé à l'aide d'un tableur, permet de calculer la réduction obtenue selon l'option choisie et le prix des deux articles.

	A	B	C	D
1	**Prix du premier article**	**Prix du second article**	**Réduction avec option A**	**Réduction avec option B**
2	20	50	14	10
3	400	100	100	50
4	60	150	42	30
5	200	150	70	75

Pour obtenir les valeurs correctes dans la colonne C, on a inscrit une formule dans la cellule C2 puis on l'a recopiée en tirant vers le bas. Parmi les formules suivantes, lesquelles peuvent avoir été utilisées :

= B2/5 + A2/5 =0,5*A2+0,5*B2

SOMME(A2/5;B2/5) =0,4*MOYENNE(A2;B2)

Pour obtenir les valeurs correctes dans la colonne D, on a inscrit une formule dans la cellule D2 puis on l'a recopiée en tirant vers le bas. Parmi les formules suivantes, lesquelles peuvent avoir été utilisées :

= A2/2 =SI(A2<B2;A2/2;B2/2)

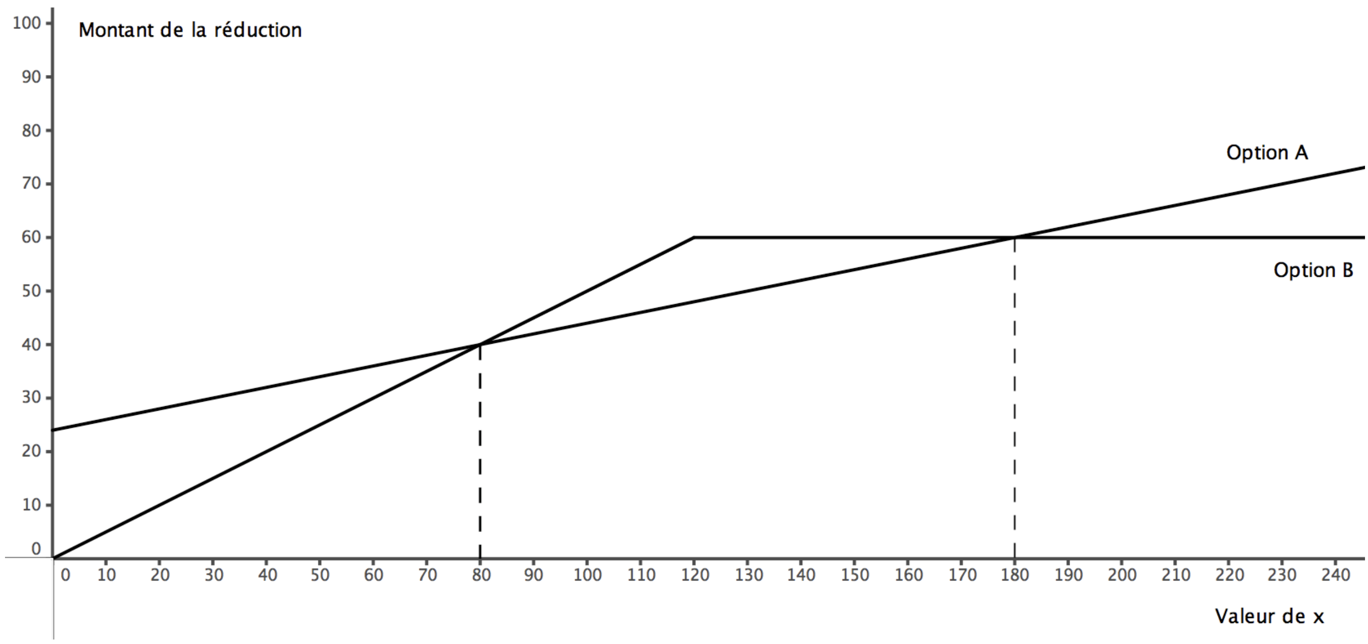
=SI($A2<$B2;$A2/2;$B2/2) =MIN(A2/2;B2/2)

1. Si on achète un article à 150 € et un article à 70 €, la réduction avec l'option A est de 20% de 220 € c'est à dire 44 €. Avec l'option B la réduction est de 50% de 70 € soit 35 €. Dans ce cas, l'option A est plus avantageuse.

2. Pour tracer le graphique, exprimons la réduction accordée en fonction de x.

Avec l'option A, la réduction accordée est toujours égale à $0,20\ (120 + x)$

Avec l'option B, la réduction est égale à $0,50\ x$ quand $x \leq 120$; elle est égale à 60 quand $x \geq 120$



3. Le graphique indique que l'option A est plus avantageuse dans deux cas :

Quand le prix x du deuxième objet est inférieur à une valeur voisine de 80 €

Quand le prix x du deuxième objet est supérieur à une valeur voisine de 180 €

Yves Thomas, IUFM des Pays de la Loire, site de Nantes.

4. Pour confirmer par le calcul, nous allons étudier séparément deux cas, selon que x est inférieur ou supérieur à 120.
Cas ou x < 120 : L'option A est plus avantageuse quand $0{,}20\ (120 + x\ ) > 0{,}5\ x$
Résolvons cette inéquation :

$0{,}20(120+x) > 0{,}5x$

$24+0{,}2x > 0{,}5x$

$24 > 0{,}3x$ Ceci confirme que l'option A est plus avantageuse quand x est inférieur à 80.

$240 > 3x$

$80 > x$

Cas ou x > 120 : L'option A est plus avantageuse quand $0{,}20\ (120 + x\ ) > 60$
Résolvons cette inéquation :

$0{,}20(120+x) > 60$

$24+0{,}2x > 60$

$0{,}2x > 36$ Ceci confirme que l'option A est plus avantageuse quand x est supérieur à 180.

$2x > 360$

$x > 180$

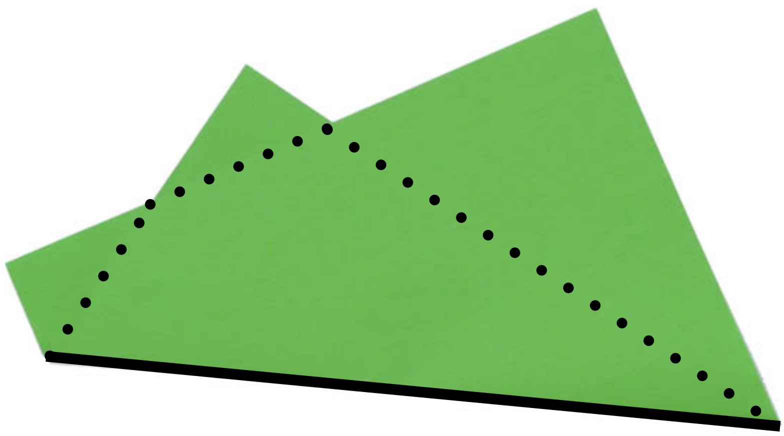
5. La formule « =0,5*A2+0,5*B2 » ne convient pas pour le calcul de la réduction avec l'option A car multiplier un nombre par 0,5 c'est en prendre 50% et non 20%.

La formule « SOMME(A2/5;B2/5) » ne convient pas uniquement à cause de la syntaxe utilisée par les tableurs : le signe égal au début de la formule est nécessaire.

La formule « = A2/2 » ne convient pas pour le calcul de la réduction avec l'option B car le prix de l'objet le moins cher n'est pas toujours situé dans la colonne A.

Toutes les autres formules conviennent.

Exercice 4
La figure représentée sur la photo ci-contre a été obtenue en pliant une seule fois une feuille de papier rectangulaire.
Comparer le périmètre du rectangle initial au périmètre de la figure obtenue après pliage.



La longueur des segments représentés en pointillé était prise en compte dans le calcul du rectangle initial, elle n'est plus compté dans le périmètre de la nouvelle figure.
En revanche, la longueur du segment tracé en trait plein est compté dans le périmètre de la nouvelle figure, pas dans celui du rectangle. Ce sont les seuls changements qui interviennent dans le calcul du périmètre. La longueur totale des traits en pointillé est supérieure à celle tu trait gras car le plus court chemin d'un point à un autre est la ligne droite. En conséquence, le périmètre de la nouvelle figure est plus petit que celui du rectangle.

Exercice 5

1.Déterminer sans calculatrice le quotient et le reste de la division euclidienne de 796 900 par 79.

La division posée ci-contre montre que le quotient demandé est 10 087 et le reste 27.

796 900	79
- 790 000	10 000
6 900	+ 80
- 6 320	+ 7
580	10 087
- 553	
27	

2.La division euclidienne de 45700 par 17 a pour quotient 2688 et pour reste 4.

La division euclidienne de 5700 par 17 a pour quotient 335 et pour reste 5.

Déduire de ces résultats le quotient et le reste de la division euclidienne de 40 000 par 17

Les résultats donnés par l'énoncé se fournissent les égalités suivantes :

$45700 = 2688 \times 17 + 4$ $\qquad$ $5700 = 335 \times 17 + 5$

Or $40\,000 = 45700 - 5700$

On en déduit que :

$40\,000 = 2688 \times 17 + 4 - (5700 = 335 \times 17 + 5)$

$40\,000 = 2688 \times 17 - 335 \times 17 + 4 - 5$

$40\,000 = 2353 \times 17 - 1$

$40\,000 = 2352 \times 17 + 16$

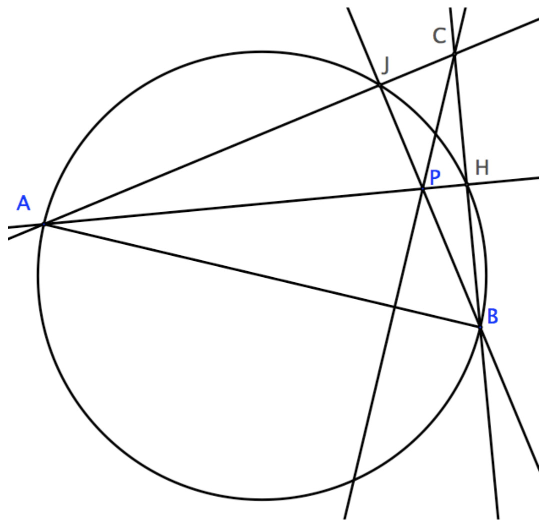
Le quotient de la division euclidienne de 40 000 par 17 est 2352, son reste est 16.

Exercice 6

On considère un cercle de diamètre [AB] et un point P n'appartenant pas à [AB] et situé à l'intérieur du cercle.

Construire en utilisant uniquement une règle non graduée la perpendiculaire à (AB) passant par P.

Ecrire le programme de la construction réalisée et justifier cette construction.



Programme :

Tracer (AP), nommer H son intersection avec le cercle autre que A.

Tracer (BP), nommer j son intersection avec le cercle autre que B.

Soit C l'intersection de (AJ) et (BH), la perpendiculaire à (AB) passant par P est la droite (CP).

Justification :

H est sur le cercle de diamètre [AB], le triangle ABH est donc rectangle en H, donc (AH) est perpendiculaire à (HB).

De la même façon, (BJ) est perpendiculaire à (AJ).

Dans le triangle ABC, (AH) et (BJ) sont les hauteurs issues de A et B. Leur intersection P est donc l'orthocentre.

La droite (CP), qui passe par le sommet C de ABC et son orthocentre P est donc la hauteur issue de P, par conséquent elle est perpendiculaire à (AB).

Exercice 7

Combien y a-t-il de nombres entiers positifs plus petits que 100 000 dont le reste dans la division par 57 est 8 ?

En posant la division euclidienne de 100 000 par 57, on obtient que 100 000 = 1754 x 57 + 22
Le plus grand nombre entier ayant pour reste 8 dans la division par 57 est donc 1754 x 57 + 8
Le plus petit nombre entier ayant pour reste 8 dans la division par 57 est 8 = 0 x 57 + 8

Les nombres entiers positifs ayant pour reste 8 dans la division par 57 sont donc aussi nombreux que les entiers de 0 à 1754, il y en a 1755.

Parmi eux, combien ont le chiffre zéro comme chiffre des unités ?

Les nombres ayant pour reste 8 dans la division par 57 sont de la forme 57 k + 8, ou k est un entier.
Ils ont pour chiffre des unités 0 si et seulement si 57 k a pour chiffre des unités 2, ce qui se produit uniquement quand k a pour chiffre des unités 6 (il suffit de réciter la table de 7 pour s'en convaincre).

Les nombres cherchés sont donc : 6 x 57 + 8 ; 16 x 57 + 8 ; 26 x 57 + 8 ; … ; 1746 x 57 + 8
Soit de (**0** x 10 + 6) x 57 + 8 à (**174** x 10 + 6) x 57 + 8
Ils sont aussi nombreux que les entiers de 0 à 174, il y en a donc 175.