

Première partie de l'épreuve

EXERCICE 1 (5 points)

ABCD est un rectangle tel que $AB = 6,5$ et $AD = 4$, l'unité de mesure étant le centimètre.

M, N, P et Q sont des points respectivement sur les segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[AD]$, et tels que $AM = BN = CP = DQ$.

On s'intéresse dans cet exercice à la variation de l'aire du quadrilatère MNPQ en fonction de la position du point M.

Toute réponse devra être justifiée.

On pose $AM = x$

1. Construire la figure dans le cas $x = 4$. Démontrer que MNPQ est un parallélogramme. Calculer son aire.
2. Choisir une valeur de x dans l'intervalle $]0, 4[$ et construire la figure correspondante. Quelle est la nature du quadrilatère MNPQ ?
3. a) On suppose que $0 < x < 4$. Exprimer l'aire de MNPQ en fonction de x .
b) La formule obtenue en a) fournit-elle le bon résultat si on l'applique à $x = 0$? à $x = 4$?
4. L'une des quatre courbes ci-dessous représente la variation de l'aire de MNPQ en fonction de x . Laquelle ?

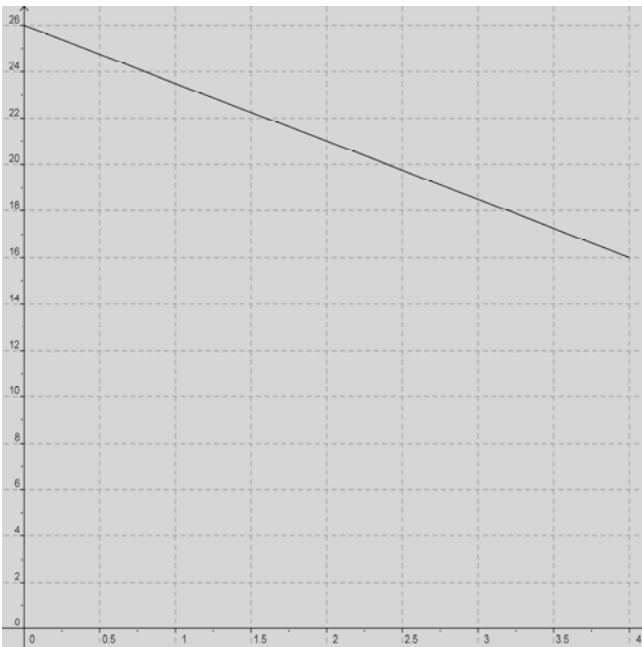


Figure 1

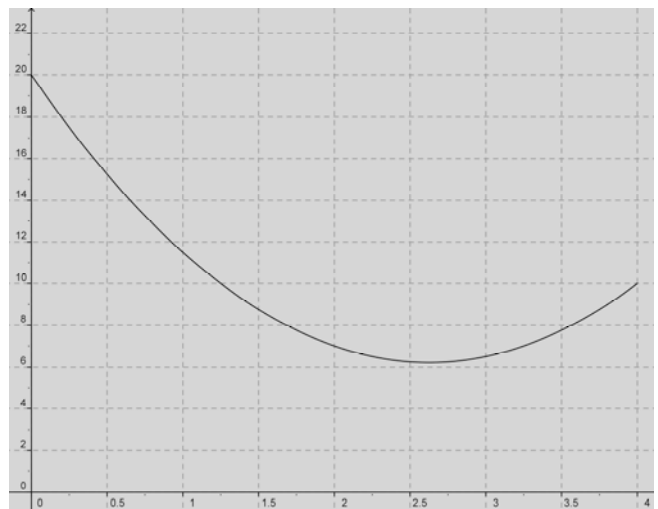


Figure 2

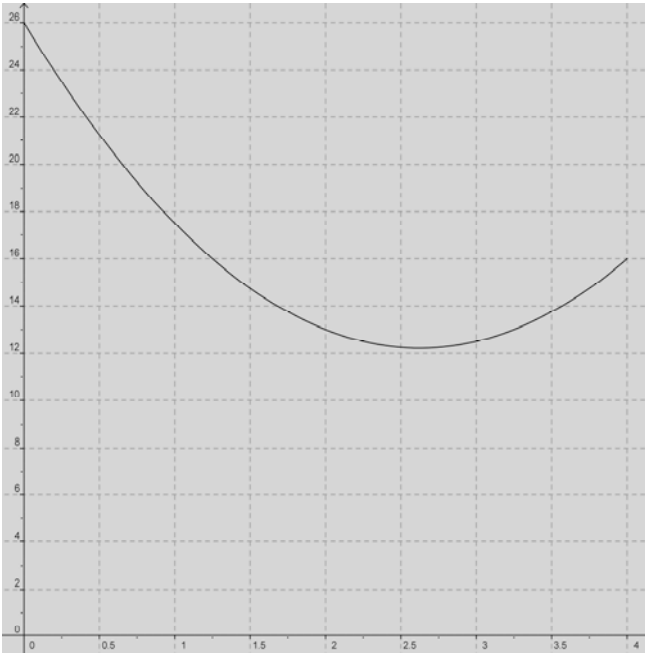


Figure 3

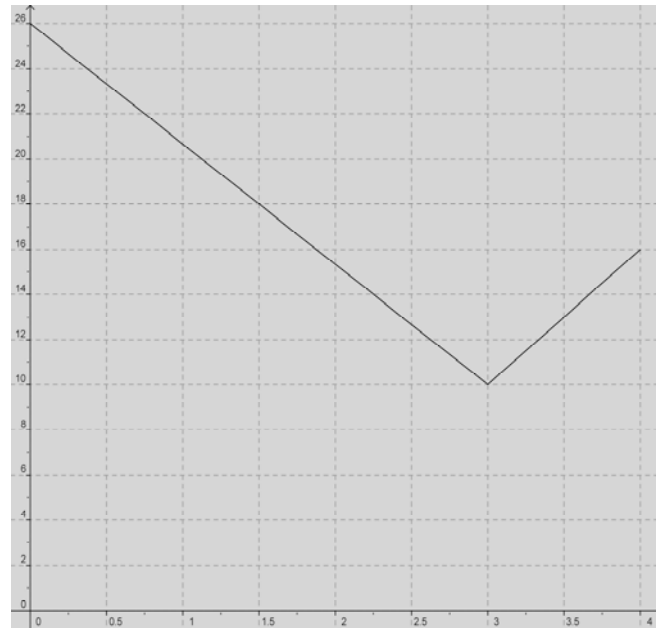


Figure 4

5. Déterminer par lecture graphique sur cette courbe :
- au demi-centimètre près, la valeur de x pour laquelle l'aire de MNPQ est minimale.
 - au centimètre carré près, la valeur de l'aire minimale.
6. Dans cette question on utilise un tableur pour étudier l'aire du quadrilatère MNPQ en fonction de x . Différentes valeurs de x sont inscrites sur la ligne 1.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1	x	0	0,1	...	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9	3	...	3,8	3,9	4	
2	Aire MNPQ	26	24,97	...	12,77	12,58	12,43	12,32	12,25	12,22	12,23	12,28	12,37	12,5	...	14,98	15,47	16	
3																			
4																			

- Donner une formule qui, entrée dans la cellule B2, puis recopiée vers la droite, a pu permettre de compléter la ligne 2.
 - Expliquer pourquoi on ne peut pas conclure de façon certaine que 12,22 cm² est une valeur approchée de l'aire minimale à 0,1 cm² près.
7. Montrer que l'on peut exprimer l'aire de MNPQ trouvée à la question 3. sous la forme:

$$\text{Aire (MNPQ)} = 2 \left(x - \frac{21}{8} \right)^2 + \frac{391}{32}$$

En déduire la valeur de l'aire minimale de MNPQ et la valeur de x à laquelle elle correspond.

EXERCICE 2 (4 points)

Dans cet exercice, sept affirmations sont proposées. Pour chacune d'elles, dire si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse.

Une réponse exacte mais non justifiée ne rapporte aucun point.

Une réponse fausse n'enlève pas de point.

1. Depuis 5 ans, les prix augmentent de 10 % par an.

Affirmation 1 : En 5 ans, les prix ont augmenté de 50 %.

2. **Affirmation 2 :** En versant 5 volumes de sirop de fraise dans 9 volumes d'eau, on aura une boisson plus sucrée que si l'on verse 4 volumes du même sirop dans 7 volumes d'eau.

3. On utilise une roulette (de type casino) avec 5 cases numérotées 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5. Cette roulette est truquée. Le tableau ci-dessous précise la probabilité d'obtenir chacun des numéros (où p est un nombre positif).

Nombre obtenu	1	2	3	4	5
Probabilité	$\frac{1}{4}$	p	p	$\frac{3}{8}$	p

Affirmation 3 : On a autant de chances d'obtenir un nombre pair qu'un nombre impair.

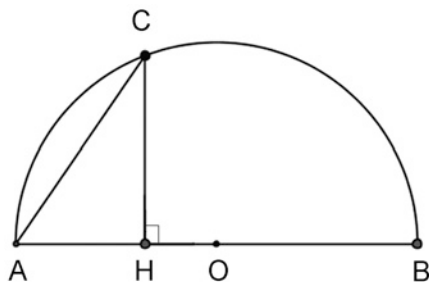
4. **Affirmation 4 :** La différence entre les carrés de deux nombres entiers naturels consécutifs est égale à la somme de ces deux nombres entiers.

5. **Affirmation 5 :** Si on augmente l'arête d'un cube de 10 %, alors le volume de ce cube augmente de 33,1 %.

6. En position dite de « l'œuf », un skieur augmente de 50 % sa vitesse moyenne et descend ainsi la piste à 120 km/h.

Affirmation 6 : Sans cette technique, sa vitesse moyenne n'est donc que de 60 km/h.

7. Sur la figure ci-dessous, C est un point du demi-cercle de diamètre [AB].



Affirmation 7 : Si $AB = n$ et $AH = 1$, alors $AC = \sqrt{n}$.

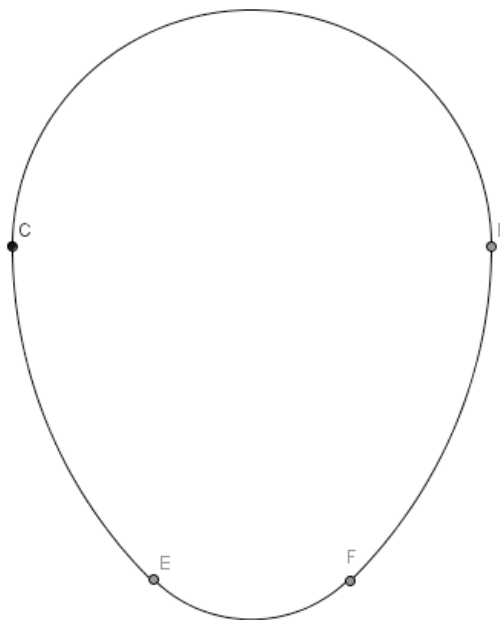
EXERCICE 3 (3 points)

L'ove est une figure géométrique, constituée de quatre arcs de cercle, dont la forme fait penser à un œuf.

On a représenté ci-dessous un ove BCEF (la figure n'est pas en vraie grandeur).

Pour cet ove on sait que :

- La partie supérieure de l'ove est un demi-cercle de diamètre $[BC]$ avec $BC = 10$ cm et le reste de la figure est dans le demi-plan de frontière (BC) ne contenant pas ce demi-cercle.
- D est le point de ce demi-plan tel que le triangle BCD soit isocèle et rectangle en D.
- L'arc de cercle \widehat{CE} a pour centre B avec BDE alignés.
- L'arc de cercle \widehat{FB} a pour centre C avec CDF alignés.
- L'arc de cercle \widehat{EF} a pour centre D.



1. Construire en vraie grandeur l'ove ainsi définie.
2. Calculer le périmètre de l'ove construit à la question précédente (on donnera le résultat arrondi au millimètre).